

**Олимпиадные задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по математике
2016-2017 учебного года**

10 -й класс

- 10.1** Найдите все корни уравнения $(x-a)(x-b)=(x-c)(x-d)$, если известно, что $a+d=b+c=2016$ и $a \neq c$ (сами числа не даны).
- 10.2** Вася выписывает последовательность чисел: $a_1=1, a_2=1, \dots, a_{n+1} = 1 + \frac{a_{n-1}}{a_n}$ при $n \geq 2$. При этом он заметил, что $a_5 > 2, a_6 < 2, a_7 > 2, a_8 < 2$ и высказал такую гипотезу: все члены последовательности с нечётными номерами, начиная с номера 5, больше 2, а все члены с чётными номерами, начиная с номера 4, меньше 2. Докажите эту гипотезу.
- 10.3** Какое наименьшее число уголков из трёх клеток нужно покрасить в квадрате 5×5 клеток так, чтобы больше ни одного уголка покрасит было нельзя? Закрашенные уголки не должны перекрываться.
- 10.4** Пусть AL - биссектриса остроугольного треугольника ABC , а ω - описанная около него окружность. Обозначим через P точку пересечения продолжения высоты BH треугольника ABC с окружностью ω . Докажите, что если $\angle BLA = \angle BAC$, то $BP = CP$.
- 10.5** A - четырёхзначное число, составленное из ненулевых цифр, B - число, записанное теми же цифрами в обратном порядке. Известно, что сумма $A+B$ делится на 109. Чему может быть равна сумма цифр числа A ?