

## 11 класс

1. Существуют ли целые числа  $a_1, a_2, \dots, a_{2016}$  такие, что  $a_1 + a_2^2 + \dots + a_{2016}^{2016} = 20152016$  и  $a_1^3 + a_2^4 + \dots + a_{2016}^{2018} = 20162017$
2. В центре детского творчества имеется 32 кружка. Известно, что в каждый кружок ходит 6 детей, причем в любые два кружка суммарно ходит 13 детей. Сколько всего детей посещает центр детского творчества.

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \cos x = \sqrt{2} \\ x \cdot \cos x + y \cdot \sin y = \frac{\sqrt{2}\pi}{8} \end{cases}$$

4. Последовательность чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2016}$  - геометрическая прогрессия, а последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_{2016}$  - арифметическая прогрессия. Известно, что среди всех квадратных трехчленов  $P_i(x) = x^2 + a_i x + b_i$ ,  $i = 1, \dots, 2016$  только один квадратный трехчлен  $P_k(x)$  имеет действительные корни. Найдите все возможные значения  $k$ .
5. Найдите высоту пирамиды, если разрезав ее только по боковым ребрам и разогнув боковые грани на плоскость основания, вне его, получили квадрат со стороной 18. Если такой квадрат получить невозможно, обоснуйте это.

LXIII Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс

1. Существуют ли целые числа  $a_1, a_2, \dots, a_{2016}$  такие, что  $a_1 + a_2^2 + \dots + a_{2016}^{2016} = 20152016$  и  $a_1^3 + a_2^4 + \dots + a_{2016}^{2018} = 20162017$

2. В центре детского творчества имеется 32 кружка. Известно, что в каждый кружок ходит 6 детей, причем в любые два кружка суммарно ходит 13 детей. Сколько всего детей посещает центр детского творчества.

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \cos x = \sqrt{2} \\ x \cdot \cos x + y \cdot \sin y = \frac{\sqrt{2}\pi}{8} \end{cases}$$

4. Последовательность чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2016}$ , - геометрическая прогрессия, а последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_{2016}$  - арифметическая прогрессия. Известно, что среди всех квадратных трехчленов  $P_i(x) = x^2 + a_i x + b_i$ ,  $i = 1, \dots, 2016$  только один квадратный трехчлен  $P_k(x)$  имеет действительные корни. Найдите все возможные значения  $k$ .

5. Найдите высоту пирамиды, если разрезав ее только по боковым ребрам и разогнув боковые грани на плоскость основания, вне его, получили квадрат со стороной 18. Если такой квадрат получить невозможно, обоснуйте это.