

LXIII Всероссийская олимпиада школьников по математике

8 класс

1. Можно ли подобрать 2016 целых чисел, произведение которых равно 9, а сумма равна нулю?
2. Найти все простые p такие, что a^3b-ab^3 делится на p при любых целых a и b .
3. В треугольнике $ABC \angle A = 60^\circ$. На сторонах BC , AC и AB взяты точки M , N и K соответственно. Оказалось, что $BK=KM=MN=NC$ и $AN=2AK$. Доказать, что $KN \perp AB$.
4. Числа a и b удовлетворяют неравенству $ab \leq 0$. Доказать, что $a^2+b^2-a-b-ab+0,25 \geq 0$. При каких a и b достигается равенство?
5. Имеется бумажный квадрат 7×7 , все клетки которого белые. Какое наименьшее число клеток нужно выкрасить в чёрный цвет, чтобы из него нельзя было выстричь прямоугольник, в котором не менее 10 клеток, и все они белого цвета?