

9 класс

1. При каком наименьшем натуральном k число

$$2016 \cdot 20162016 \cdot 201620162016 \cdot \dots \cdot 20162016\dots2016$$

(k множителей)

делится без остатка на 3^{67} ?

2. Каждое из уравнений $ax^2 - bx + c = 0$ и $cx^2 - ax + b = 0$ имеет по два различных действительных корня. Сумма корней первого уравнения неотрицательна, а произведение корней первого уравнения в 9 раз больше суммы корней второго уравнения. Найдите отношение суммы корней первого уравнения к произведению корней второго уравнения.

3. В парламенте некоторого государства 2016 депутатов, которые делятся на 3 фракции: «синих», «красных» и «зеленых». Каждый из депутатов или всегда говорит правду, или всегда лжёт. Каждому из депутатов задали по три следующих вопроса.

1) Входите ли вы в фракцию «синих»?

2) Входите ли вы в фракцию «красных»?

3) Входите ли вы в фракцию «зеленых»?

На первый вопрос утвердительно ответили 1208 депутатов, на второй вопрос утвердительно ответили 908 депутатов, а на третий вопрос утвердительно ответили 608 депутатов. В какой фракции депутатов, которые лгут, больше, чем депутатов, которые говорят правду, и на сколько?

4. В треугольник ABC вписана окружность. На наибольшей стороне треугольника AC отметили две точки E и F так, что $AE = AB$, а $CF = CB$. Отрезок BE пересекает вписанную окружность в точках P и Q , причем $BP = 1$, $PQ = 8$. Чему равна длина отрезка EF ?

5. На координатной плоскости отметили произвольным образом 2017 точек с целочисленными координатами (x, y) , причем $1 \leq x \leq 2016$ и $1 \leq y \leq 2016$. Докажите, что всегда найдутся два различных отрезка с концами в этих точках, имеющих одинаковую длину.