

Условия, решения и критерии проверки.

Составитель всех задач Женодаров Р.Г.

5 класс

1. Коробка и 100 лежащих в ней одинаковых алюминиевых шариков весят 510 г. Такая же коробка и 100 одинаковых пластмассовых шариков, лежащих в ней, весят 490 г. Сколько будет весить коробка и лежащие в ней 20 алюминиевых и 80 пластмассовых шариков?

Решение. Способ 1. Возьмём 4 коробки с пластмассовыми шариками и одну с алюминиевыми. Их общий вес $4 \cdot 490 + 510 = 2970$ (г). Перераспределим шарики по коробкам так, чтобы в каждой было по 20 алюминиевых и 80 пластмассовых шариков. Тогда вес всех коробок одинаков, и вес одной коробки с шариками равен $2970 : 5 = 494$ (г).

Способ 2. (Для знакомых с десятичными дробями) Разделив вес каждой коробки с шариками на 100, получим вес одного шарика плюс $1/100$ часть веса коробки: 5,1 г и 4,9 г. Сложив вес 20-ти алюминиевых ($20 \times 5,1$) и 80-ти пластмассовых ($80 \times 4,9$) шариков, получим их вес вместе с коробкой, т.к. всего шариков 100: $102 + 392 = 494$ (г).

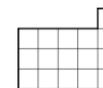
Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

Приведено решение способом 2, в котором по умолчанию считается, что коробка невесомая (частный случай), и получен верный ответ. Нет обоснования, что все случаи, когда коробка имеет вес, сводятся к этому частному: 2 балла. (Если есть обоснование – это верное решение)

Приведён только верный ответ: 1 балл.

2. Можно ли разрезать фигуру, показанную на рисунке, по линиям сетки на две равные (равные фигуры можно совместить наложением)?

Ответ: можно.



Решение. Способ разрезания на две равные фигуры показан на рисунке. Несложно убедиться, что эти фигуры можно совместить наложением.

Критерии. Любое верное разрезание, даже без пояснений: 7 баллов.

Приведён только верный ответ: 0 баллов



3. Миша сосчитал произведения 1×2 , 2×3 , 3×4 , ..., 2017×2018 . У скольких из них последняя цифра – нуль?

Решение. Последняя цифра произведения зависит от последних цифр множителей. В последовательности натуральных чисел последние цифры повторяются через десяток. В каждом десятке в последовательности произведений на нуль оканчивается четыре произведения: $\dots 4 \times \dots 5$, $\dots 5 \times \dots 6$, $\dots 9 \times \dots 0$, $\dots 0 \times \dots 1$. Полных десятков 201. И ещё в конце семь произведений, из которых два оканчиваются на нуль.

Значит, всего на нуль оканчивается $4 \times 201 + 2 = 806$ произведений.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

В решении потеряны два нуля из последнего неполного десятка: 4 балла.

Приведён только верный ответ: 1 балл.

4. По кругу расположены 17 кнопок-лампочек. Вначале все лампочки горят. За одно нажатие на кнопку изменяют своё состояние(горит на не горит и наоборот) нажатая кнопка-лампочка и её соседи. Можно ли такими операциями погасить все кнопки-лампочки?

Решение. После семнадцать нажатий по одному разу на каждую кнопку-лампочку они все изменят своё состояние три раза, и значит будут не гореть. Ответ: можно.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

Указан правильный алгоритм нажатий, но не обосновано, почему он приводит к цели: 6 баллов.

Указано, что каждую кнопку достаточно нажимать не более одного раза, и порядок нажатий роли не играет: 1 балл.

5. В кладовке Винни-Пух хранит 11 горшочков, в семи из которых находится варенье, а в четырёх – мёд. Все горшочки стоят в ряд, причем, Винни помнит, что горшочки с мёдом стоят подряд. Какое наименьшее число горшочков должен проверить Винни-Пух, чтобы найти горшочек с мёдом?

Ответ: один.

Решение. Пронумеруем горшки числами от 1 до 11 в порядке их расположения в ряду. Ровно один из горшков с номерами 4 и 8 содержит мёд. Поэтому достаточно проверить один из них.

Указать горшок с мёдом без проверок нельзя, так как в любом горшке может оказаться как мёд, так и варенье.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

Указано, что проверять нужно 4-й(8-й) горшочек, но не сказано, что делать, если в нём варенье: 3 балла.

Приведён только верный ответ: 0 баллов