Общие положения

1) Максимальная оценка за каждую задачу — 7 баллов.

2) 7 баллов ставится за безукоризненное решение задач; 6 баллов означает, что в решении допущена мелкая погрешность, например, не разобран частный случай, не влияющий на решение. 4 или 5 баллов означают, что все идеи, необходимые для решения найдены, задачу в целом надо считать решённой, однако приведённое решение имеет существенные недостатки, например, в доказательстве ключевого факта имеются пробелы, устранимые не совсем очевидным образом. 2 — 3 балла ставится, если в решении задачи имеется серъёзное продвижение, однако для решения необходимы дополнительные идеи, не указанные в решении. 1 балл означает, что в решении имеется только очень мелкое продвижение, как то: замечен, но не доказан ключевой факт, разобран нетривиальный частный случай или приведён (но не обоснован) верный ответ, который не вполне тривиален. Если приведённые в решении факты, идеи, выкладки к решению явным образом не ведут, то задача оценивается в 0 баллов, также как и в случае, когда решение задачи отсутствует.

3) В случае наличия в одной работе нескольких решений оценивается ровно одно решение, то, которое приносит больше баллов. За другие решения баллы не снимаются и не начисляются.

4) Оценка за задачу не может быть снижена за неаккуратный почерк, ошибки в русском языке, или явные описки в выкладках. Также недопустимо снижение баллов за не чёткий чертёж в геометрической задаче или даже за отсутствие такового. Нельзя требовать с участника олимпиады, чтобы он переписывал условие задачи, в том числе не обязательна краткая запись условия геометрических задач.

5) Школьник имеет право сам выбрать способ решения той или иной задачи; не допускается снижать оценку за то, что выбранный школьником способ решения не самый лучший или отличается от предложенных нами способов.

6) Факты и теоремы школьной программы (в том числе и те, которые приведены только в задачах школьных учебников) следует принимать без доказательств. Школьник имеет право без доказательства использовать любые такие факты, даже если они проходятся в более старших классах. Допускается (также без доказательств) использование математических фактов, изучающихся на факультативах. В частности, без ограничения можно применять формулы аналитической геометрии, математического анализа, принцип математической индукции, теоремы теории графов и т.п.

7) Критерии оценки, приведённые в прилагаемых решениях (таблица в конце решения каждой задачи) являются обязательными и не могут быть изменены. Однако это не означает, что выставляемые за задачу баллы обязательно должны совпасть с приведёнными в таблице: в случае, когда жюри вырабатывает дополнительные критерии (см. следующий пункт) жюри может выставить балл, которого в таблице нет (например, в таблице предусмотрены только 0 и 7 баллов, а

жюри выставляет 5 баллов). Таблицы критериев составлены таким образом, что перечисляют отдельные случаи; накопление баллов за разные пункты не предусмотрено.

8) В случае, если решение школьника принципиально отличается от решений, предложенных программным комитетом, и не может быть подведено под предлагаемые критерии, проверяющие вырабатывают критерии самостоятельно в соответствии с пунктом 2.

9) В случае возникновения спорных ситуаций при проверке работ олимпиады жюри вправе обратиться за разъяснениями и советом к составителям пакета заданий, т.е. к д.ф-м.н. Валерию Трифоновичу Шевалдину (адрес эл. почты **valerii.shevaldin@imm.uran.ru**) и к.ф-м.н. наук Сергею Эрнестовичу Нохрину (адрес эл.почты **varyag2@mail.ru**, тел. +**79220350324**). Мы ответим на все Ваши вопросы.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2017 – 2018 учебном году
6 класс

Время выполнения заданий — 4 часа

6.1. *В лесу проводился кросс. Обсуждая его итоги, одна белка сказала: «Первое место занял заяц, а второй была лиса». Другая белка возразила: «Заяц занял второе место, а лось был первым». На что филин заметил, что в высказываниях каждой белки одна часть верная, а другая нет. Кто был первым и кто был вторым в кроссе? Ответ обоснуйте.*

Решение: Если первое место занял заяц, то в высказываниях второй белки нет ни одного истинного. Значит, первая часть высказывания первой белки неверна, поэтому верна вторая часть её высказывания, то есть второй была лиса. Тогда в высказываниях второй белки неверна первая часть, поэтому верна вторая. Значит, первое место занял лось.

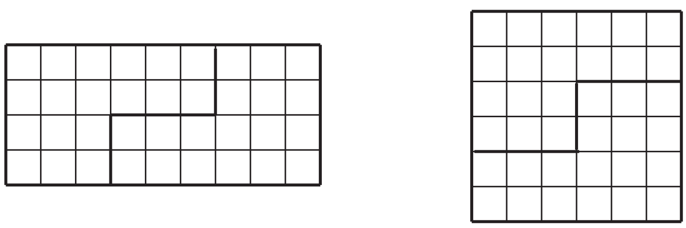
Примечание: Разумеется, приведённое рассуждение не единственно возможное.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
приведён хотя бы один верный пример	7 баллов
Верно определён только один из призёров, первый или второй	4 балла
Приведён верный ответ, и показано, что он возможен, но не показано, что невозможны другие случаи	2 балла
Ответ без обоснования и/или неверный ответ	0 баллов

6.2. *Прямоугольник 4×9 нужно разрезать на две части, чтобы из них можно было сложить квадрат. Покажите, как надо разрезать и как потом сложить.*

Решение: См. рисунок.



К решению задачи 6.2

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
Верно показано, как разрезать и как сложить	7 баллов
Приведён только верный пример разрезания, а как сложить — не показано	4 балла
Неверные примеры разрезаний (в любом количестве)	0 баллов

6.3. *Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а трусливые — втрое. В результате* 10*-й канал сообщил о волке с хвостом* 864 *метра. Сколько простых и сколько трусливых людей «отрастили» волку хвост? Приведите все варианты ответа и докажите, что других нет.*

Решение: Заметим, что при передаче информации простыми людьми происходит умножение длины хвоста на 2, а при передаче её трусливыми — на 3. Значит, количество двоек в произведении равно количеству простых людей (соответственно количество троек — количеству трусливых), через которых прошла информация, в частности она не зависит от порядка, в котором информация попадала к этим людям. Разложим число 864 на простые множители. Получим $864 = 2^5 \cdot 3^3$. Значит, простых и трусливых людей, отрастивших волку хвост, было 5 и 3 человека соответственно.

Ответ: 5 простых человек и 3 трусливых.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
Верный обоснованный ответ	7 баллов
Ответ неверен только из-за арифметических ошибок	6 баллов
Верный ответ подтверждён примером, показывающим, как могла «меняться» длина хвоста волка	4 балла
Обосновано, что длина «отращённого» хвоста не зависит от порядка, в котором информация передавалась простыми и трусливыми людьми, но решения нет.	2 балла
Верный ответ без обоснования	1 балл
Принципиально неверные рассуждения	0 баллов

6.4. *Три пирата делили мешок монет. Первый забрал* $3/7$ *всех монет; второй —* 51 *процентов остатка. После этого третьему осталось на* 8 *монет меньше, чем получил второй. Сколько монет было в мешке? Ответ обоснуйте.*

Решение: Третий пират получил 49% остатка, то есть на 2% меньше, чем третий. Эти два процента остатка составляют 8 монет, поэтому один процент составляет

4 монеты, а весь остаток — 400 монет. Эти 400 монет составляют $1-\dfrac{3}{7}=\dfrac{4}{7}$ от их общего количества. Значит, всего монет в мешке было $400:\dfrac{4}{7}=700$.

Ответ: 700 монет.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	**баллы**
Верный обоснованный ответ	7 баллов
Ответ неверен только из-за арифметических ошибок	6 баллов
Верно и обосновано найдено количество монет, полученных каким-то одним или двумя пиратами	4 балла
Верно составлено, но не решено (или решено неверно) уравнение (или система уравнений), полностью описывающее условие задачи	3 балла
Есть идея (не доведённая до решения) решить задачу с «конца»	2 балла
Верный ответ без обоснования	1 балл
Принципиально неверные рассуждения	0 баллов

6.5. *На карточках написаны все двузначные числа от* 10 *до* 99 *(одно число на одной карточке). Все эти карточки лежат на столе числами вниз. Какое наименьшее количество карточек нужно перевернуть, чтобы гарантированно хотя бы одно из открывшихся чисел делилось на* 7*? Ответ обоснуйте.*

Решение: Двузначных чисел, делящихся на 7, ровно 13 ($14=7\cdot2$, $21=7\cdot3$, $\ldots$, $98=7\cdot14$). Если не перевернуть хотя бы 13 карточек, нельзя исключить ситуацию, когда все эти числа останутся закрытыми. Значит, не более 12 карточек можно оставить в исходном положении, а остальные необходимо открыть. Так как всего карточек 90, перевернуть следует не меньше $90-12=78$ карточек.

Ответ: 78 карточек.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	**баллы**
Верный обоснованный ответ	7 баллов
Верно и обосновано найдено наибольшее количество карточек, которое можно не переворачивать	5 баллов
При верных рассуждениях получен неверный ответ из-за неверно найденного общего количества двузначных чисел	4 балла
Неверно найдено количество двузначных чисел, кратных 7, что, возможно, привело к неверному ответу	3 балла
Есть идея (не доведённая до решения) найти количество карточек, на которых написано кратное 7 число	2 балла
Верный ответ без обоснования	1 балл
Принципиально неверные рассуждения	0 баллов