

**Ключи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике
2017-2018 учебный год
7 класс**

*Максимально возможное количество баллов за каждое задание: 7 баллов
Максимально возможное количество баллов за работу: 35 баллов*

Критерии оценивания заданий:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрено отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Задача 1 (7 баллов). В понедельник в полдень (12.00 часов) часы показывали верное время, а уже через 4 часа они отставали на 1 час. В какой день и час эти часы впервые покажут время, на час большее, чем на самом деле? Ответ объясните.

Ответ: в ближайшую пятницу в 8.00 ч.

Решение.

Впервые часы покажут на час больше, когда они отстанут на 23 часа. Так как за каждые 4 часа они отстают на 1 час, то это произойдет через $23 \cdot 4 = 92$ часа. Поскольку $92 = 24 \cdot 3 + 20$, то пройдет трое суток и еще 20 часов.

Задача 2 (7 баллов). Во время первенства класса по шахматам двое участников, сыграв равное количество партий, заболели и выбыли из турнира, а остальные участники доиграли турнир до конца. Играли ли выбывшие участники между собой, если всего было сыграно 23 партии? (турнир проводился по круговой системе: каждый играл с каждым одну партию).

Ответ: не играли

Решение:

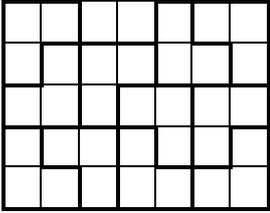
Турнир с 6 участниками состоит из 15 партий (6 участников \cdot 5 партий: 2), а с 7 участниками – из 21 партии, с 8 участниками – из 28 партий. Поэтому либо в турнире участвовало, кроме выбывших, 6 участников, и, значит, выбывшие участвовали в 8 партиях (23-15), либо 7 участников, и тогда выбывшие участники участвовали в 2 партиях (23-21).

Если бы они сыграли между собой, то они сыграли бы с другими участниками в первом случае 7 партий, а во втором – 1 партию и, значит, не смогли бы сыграть равное количество партий.

Задача 3 (7 баллов). Какое наибольшее количество уголков вида , состоящих из трех квадратов 1x1, можно поместить в прямоугольник 5x7? (Уголки можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать один на другой).

Ответ: 11

Решение: Площадь уголка равна 3, а площадь прямоугольника – 35, поэтому в прямоугольнике не может поместиться 12 уголков. На рисунке представлен один из способов размещения в прямоугольнике 11 уголков.



Задача 4 (7 баллов). Углы AOB , BOC и COD равны между собой, а угол AOD втрое меньше каждого из них. Все лучи OA , OB , OC , OD различны. Найдите величину угла AOD (перечислите все возможные варианты).

Ответ: 36° , 45°

Решение.

Углы AOB , BOC и COD следуют друг за другом в одном направлении (т.к. никакие лучи не совпадают). При этом их сумма может быть меньше 360° (см. рис 1.) и больше 360° (см. рис. 2).

Обозначим величину угла AOD через x . Тогда каждый из углов AOB , BOC и COD равен $3x$. В первом случае получается, что $3x+3x+3x+x=360^\circ$, откуда $x=36^\circ$. Во втором случае $3x+3x+3x-x=360^\circ$, откуда $x=45^\circ$.

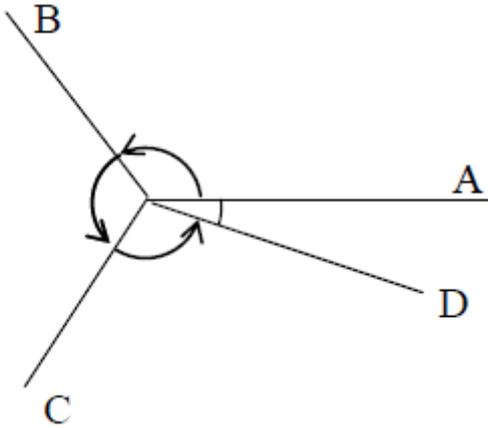


рис. 1

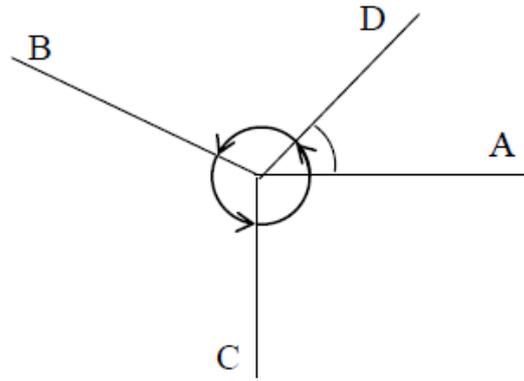


рис.2

Критерии проверки:

- За один из ответов 36° или 45° , снабженный пояснениями, хотя бы в виде чертежа – 3 балла.
- Только один из ответов без пояснений – 1 балл. Оба ответа написаны, но нет пояснений – 2 балла.

Задача 5 (7 баллов). В пруд выпустили 40 щук. Щука сыта, если она съела трёх других щук (сытых или голодных). Какое максимальное число щук может насытиться? (Съеденная сытая щука считается сытой.)

Ответ: 9 щук.

Решение.

Обозначим через s число сытых щук. Тогда они вместе съели не менее $3s$ щук. Поскольку каждая щука может быть съедена лишь однажды, и, хотя бы одна щука осталась в конце, $3s < 40$. Следовательно, $s \leq 9$.

Приведем пример, при котором насытились ровно 9 щук. Пусть 7 щук с (3-й по 9-ю) съели 21 щуку (с 10-й по 30-ю; каждая съела по 3 щуки). После этого осталось 9 щук. Первая и вторая могут насытиться, съев 6 щук (с 4-й по 9-ю).

Критерии проверки. Приведен только верный ответ – 2 балла