

## МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 2017-2018 уч. год

7 класс

(3 часа)

1. Для ремонта пропеллера Карлсону необходимо купить три лопасти и один винтик. В магазине продаются лопасти по 120 тугриков и винтики по 9 тугриков. Но после покупки не менее чем на 250 тугриков дают скидку 20% на все следующие покупки. Сможет ли Карлсон отремонтировать пропеллер, если у него с собой только 360 тугриков? Ответ обосновать.

**Ответ:** Да.

**Решение.** Первая покупка двух лопастей и двух винтиков обходится Карлсону в  $120 \times 2 + 9 \times 2 = 258$  тугриков. Тогда на вторую покупку у Карлсона есть скидка в 20%, и он покупает лопасть ценою в 120 тугриков за  $120 \times 0,8 = 96$  тугриков. Всего он израсходует  $258 + 96 = 354$  тугриков, то есть 360 тугриков хватит.

**Критерии.**

*Если неверное решение или только ответ без обоснования – 0 баллов.*

*Если верный ход рассуждений и есть вычислительная ошибка – 3 балла.*

*Если верное решение – 7 баллов.*

2. У кота Матроскина в четырнадцатилитровой кастрюле содержится 13 литров молока, а в девятилитровой – 1 литр. Помогите Матроскину разделить молоко пополам, пользуясь только этими кастрюлями и пустой пятилитровой банкой. Переливать можно только точно известное число литров.

**Решение.** Оформим решение в виде таблицы.

шаг	14-литровая	9-литровая	5-литровая
0	13	1	0
1	5	9	0
2	5	4	5
3	10	4	0
4	10	0	4
5	1	9	4
6	1	8	5
7	6	8	0
8	6	3	5
9	11	3	0
10	11	0	3
11	2	9	3
12	2	7	5
13	7	7	0

**Критерии.** Если неверное решение – 0 баллов.

Если верный ход рассуждений и есть вычислительная ошибка – 3 балла.

Если верное решение – 7 баллов.

3. На День Рождения к ослику Иа-Иа пришли Винни-Пух, Пятачок и Сова. Когда Сова ушла, то средний возраст в этой компании уменьшился на 2 года, а когда ушёл Пятачок, то средний возраст уменьшился ещё на 1 год. На сколько лет Сова старше Пятачка?

**Ответ:** На 6 лет.

**Решение.** Пусть средний возраст тех, кто остался после Пятачка  $x$ , а самого Пятачка  $y$ . Тогда  $2x+y=3(x+1)$ , то есть  $y=x+3$ . Пусть возраст Совы  $k$ . Тогда  $3(x+1)+k=4(x+3)$ , то есть  $k=x+9$ . Значит, Сова старше Пятачка на  $(x+9)-(x+3)=6$  лет.

**Критерии.** Если неверное решение – 0 баллов.

Если верный ход рассуждений и есть вычислительная ошибка – 3 балла.

Если верное решение – 7 баллов.

4. Вова выписал первые миллион натуральных чисел, не делящихся на 4. Дима подсчитал сумму 1000 подряд идущих чисел в Вовиной записи. Могло ли у него получиться в результате 20172018?

**Ответ:** Нет.

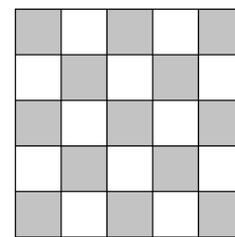
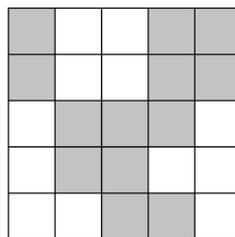
**Решение.** Из любых трёх чисел, идущих в Вовиной записи подряд, одно имеет остаток 1 при делении на 4, другое – остаток 2, а оставшееся – остаток 3. Значит, их сумма при делении на 4 даёт остаток 2. Среди первых 999 Диминых чисел есть ровно 333 таких тройки, сумма чисел в них даёт при делении на 4 такой же остаток, как  $333 \times 2 = 666$ , то есть 2. Оставшееся число на 4 не делится, поэтому вся сумма не может также давать остаток 2. А 20172018 даёт именно этот остаток 2.

**Критерии.** Если неверное решение – 0 баллов.

Если верный ход рассуждений и есть вычислительная ошибка – 3 балла.

Если верное решение – 7 баллов.

5. За один ход можно поменять местами любые две строки или любые два столбца квадратной таблицы  $5 \times 5$ . Можно ли за несколько таких ходов из левой таблицы получить правую таблицу (см. рис.)? Ответ обосновать.



**Ответ:** Нет, нельзя.

**Решение.** У фигуры слева есть столбец, который содержит четыре закрашенных клетки. Докажем, что число закрашенных клеток в каждом столбце не меняется. Если поменять местами столбцы, то число закрашенных клеток в столбцах не изменится. Если поменять местами

строки, то изменится только порядок расположения закрашенных клеток в столбцах, а их число не изменится. Значит, столбец с четырьмя закрашенными клетками должен быть и в правой фигуре, а его там нет. Поэтому получить правую фигуру из левой фигуры нельзя. Аналогично можно получить противоречие со столбцами, имеющими две закрашенные клетки (их слева три, а справа – два). Или рассматривать столбцы, имеющие три закрашенные клетки (слева – один, справа – два). Так же можно рассуждать и про строки.

**Замечание.**

*Рассуждение типа « при перестановке столбцов не меняется число закрашенных клеток в столбцах, а при перестановке строк не меняется число закрашенных клеток в строках» не является решением, так как в нём ничего не говорится о поведении столбцов при перестановке строк и о поведении строк при перестановке столбцов. Поэтому оно оценивается не выше 3 баллов.*

**Критерии.**

*Если неверное решение – 0 баллов.*

*Если приведено рассуждение из замечания и не указан конкретный столбец (строка) для получения противоречия – 1 балл.*

*Если приведено рассуждение из замечания и указан конкретный столбец (строка) для получения противоречия – 3 балла.*

*Если верное решение – 7 баллов.*