7 класс

*Составитель всех задач Женодаров Р.Г.*

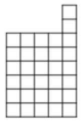
1. Старший брат заметил, что через 10 лет младшему брату будет столько лет, сколько ему сейчас, а его возраст будет в два раза больше, чем возраст младшего брата сейчас. Сколько лет младшему брату сейчас?

Ответ: 20 лет.

Решение. Пусть возраст младшего брата сейчас - $x$ лет, а старшего - $y$ лет. Через 10 лет возраст младшего будет $y$ лет, а старшего $2x$ лет. Так как возраст каждого изменился на 10 лет, имеем уравнения: $y+10=2x$, $x+10=y$. Сложив и упростив уравнения, получим $x=20$.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

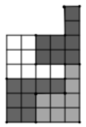
Верный ответ: 1 балл.



2. Можно ли разрезать фигуру , показанную на рисунке, по линиям сетки на четыре равные (равные фигуры можно совместить наложением)?

Ответ: можно.

Решение. Способ разрезания на четыре равные фигуры показан на рисунке. Несложно убедится, что эти фигуры можно совместить наложением.



Критерии. Любое верное разрезание, даже без пояснений: 7 баллов.

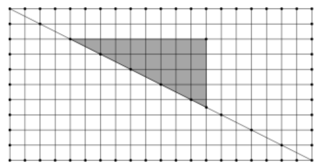
Приведён только верный ответ: 0 баллов.

3. Некоторое число представили в виде суммы тысячи различных простых чисел больших пяти. Доказать, что его можно представить в виде суммы тысячи различных составных чисел.

Решение. Все простые, большие пяти - нечётны. Пятьсот наименьших уменьшим на единицу, а пятьсот наибольших увеличим на единицу. Все числа станут чётными и большими 4, то есть составными. Сумма не изменилась, и все числа по-прежнему будут различными.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

4. Прямоугольник 10×20 разбит на единичные квадратики. Сколько всего треугольников образуется после проведения одной диагонали?



Ответ: 220.

Решение. На рисунке показан один из получаемых треугольников. Все такие треугольники – прямоугольные, причём, вершиной прямого угла может быть узел решётки, кроме лежащих на диагонали. Всего узлов 21*11, а на диагонали находится 11 из них, значит, треугольников 21*11–11=220.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

Неверно учтены узлы на диагонали: 4 балла.

Верный ответ: 2 балла.

5. В ряд лежит 99 внешне одинаковых монет. Десять из них – более лёгкие (не обязательно одного веса) и лежат подряд. Остальные 89 весят одинаково. Как с помощью двухчашечных весов найти за два взвешивания лёгкую монету?

Решение. Занумеруем монеты числами от 1 до 99 в порядке следования в ряду. Рассмотрим монеты с номерами, кратными десяти. Их ровно 9. И только одна из них лёгкая. Её можно найти из этих девяти за два взвешивания. Первое: сравниваем две их тройки между собой. Если они равны, то лёгкая - среди трёх оставшихся, иначе она лежит на более лёгкой части. Сравнив две монеты из лёгкой тройки, найдём лёгкую, если нет равновесия, и лёгкая – третья, если равновесие.

Критерии. Любое верное решение: 7 баллов.

Задача сведена к задаче нахождения одной лёгкой среди 9 монет: 3 балла.

Сделано первое взвешивание, которое можно довести до верного решения: 2 балла.