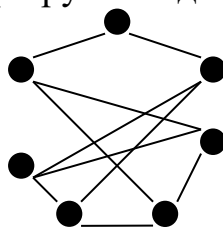


350000 г. Краснодар,
ул. Красная, 76
тел. 259-84-01
E-mail: cro.krd@mail.ru

Председатель предметно-методической
комиссии: Гайденок С.В., к.ф.-м.н., доцент

1. Марсиане любят танцевать танцы, в которых нужно братья за руки. В танце «Пирамидка» может участвовать не более 7 марсиан, у каждого из которых не более трех рук. Какое наибольшее число рук может быть у танцующих, если любая рука одного марсианина держит ровно одну руку другого марсианина?

Решение. В каждой рукопожатии участвует две руки, поэтому общее число пожатых рук будет четным. Максимальный вариант (7 марсиан с тремя руками) дает 21 руку. Поэтому наибольшее число рук получится, если 6 марсиан будут иметь по три руки и один – две руки. У танцующих 20 рук.



Комментарий. Обоснование четного количества рук при правильном ответе –2 балла. На максимальный балл следует построить схему, иллюстрирующую описанную ситуацию.

2. На доске написано число 98. Каждую минуту число стирают и вместо него записывают произведение его цифр, увеличенное на 15. Какое число окажется на доске через час?

Решение. С четвертой минуты образуется периодическая последовательность с длиной периода 6: 98, 87, 71, **22, 19, 24, 23, 21, 17, 22, ...**

На 60-й минуте так же как и на 6-й минуте на доске появится число 24, а значит, через час, то есть на 61-й минуте на доске будет число 23.

Комментарий. Верно указана периодическая последовательность – 4 балла.

3. Существует ли число, которое делится на 737 и десятичная запись которого состоит из единиц и нулей?

Решение. Рассмотрим 738 чисел: 10 000; 11 000; 11 100; 11 110; 11 111; 111 111; ...; 111...111. Остатки от их деления на 737 могут принимать не

более чем 737 значений (0; 1; ...; 736) и следовательно найдутся два числа с равными остатками. Разность этих чисел (если от большего числа отнимать меньшее) состоит из цифр 0 и 1 и делится на 737.

4. По определению многоугольник правильный, если все его углы и стороны соответственно равны. Точки A, B, C, D – соседние вершины правильного многоугольника (именно в таком порядке). Известно, что угол $ABD = 135^\circ$. Сколько вершин у этого многоугольника?

Ответ: 12.

Комментарий. Принимается только обоснованный ответ. Без доказательства может быть использована формула суммы внутренних углов выпуклого многоугольника. Возможно, ответ угадан, но он может быть защищен как правильное решение, если показано, что выполнено условие задачи об угле $ABD = 135^\circ$.

5. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) внутри отрезка BC расположена точка D , CP и CQ – высоты треугольников ABC и ADC соответственно. Докажите, что треугольники APQ и ADB подобны.

Решение. Так как $\angle APC = \angle AQC = 90^\circ$, то окружность построенная на стороне AC как на диаметре пройдет через точки Q и P . Вписанные углы в эту окружность ACP и AQP равны, так как опираются на одну и ту же дугу. Треугольники APC и ACB подобны по двум углам, поэтому $\angle ACP = \angle ABC$. Откуда следует, что $\angle AQP = \angle ABD$. Тогда треугольники APQ и ADB подобны по двум углам.

Комментарий. Доказано равенство углов ACP и AQP (возможно, не используя окружность, а, например, используя подобия треугольников), других продвижений нет – 3 балла.

