

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников  
по математике в 2017-2018 учебном году**

**Задания 10 класс**

1. Число 2017 умножили последовательно на 1, 2, 3, ..., 99. У получившихся произведений выписали две последние цифры. Докажите, что эти 99 двузначных чисел различны.

2. Решите уравнение:  $x^2 + 4\sqrt{3}x + 2x + 6 + 8\sqrt{3} = 0$ .

3. Теоретически, имеющиеся в совхозе комбайны, работая вместе, могут убрать урожай за одни сутки. Однако по плану комбайны вступают в работу последовательно: в первый час работает лишь один комбайн, во второй – два, в третий – три и т.д. до тех пор, пока все комбайны не начинают работать вместе. Затем комбайны работают все вместе до полной уборки урожая. В результате время работы по плану в 1,5 раза больше теоретического. Сколько комбайнов в совхозе?

4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^2 - \frac{5a}{2\cos x - 3} + 10 = 0$  имеет единственное решение?

5. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Доказать, что эти высоты являются биссектрисами углов треугольника  $A_1B_1C_1$ .