

Математика, 10 класс, муниципальный этап  
Время выполнения – 4 часа

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. В какой момент после полудня часовая и минутная стрелки впервые образуют прямой угол?
2. Каждая грань прямоугольного параллелепипеда  $3 \times 4 \times 5$  разделена на единичные квадратики. Можно ли вписать во все квадратики по числу так, чтобы сумма чисел в каждом клеточном кольце ширины 1, опоясывающем параллелепипед, была равна 120?
3. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что каждое из уравнений  $f(x) = x - 1$  и  $f(x) = 2 - 2x$  имеет ровно по одному решению. Докажите, что трехчлен  $f(x)$  не имеет корней.
4. В квадрате  $ABCD$  на стороне  $BC$  взята точка  $E$ , на стороне  $CD$  – точки  $F$  и  $G$  (точка  $F$  между  $C$  и  $G$ ), на стороне  $AD$  – точка  $H$ . При этом  $CE = CF$ ,  $DG = DH$ . Докажите, что вокруг четырехугольника, образованного пересечением углов  $HBG$  и  $EAF$ , можно описать окружность.
5. В государстве некоторые города связаны дорогами, причем какие-то три города связаны дорогами каждый с каждым. На всех дорогах ввели одностороннее движение, но так, что из любого города можно проехать в любой другой. Докажите, что в этом государстве найдется замкнутый маршрут, состоящий из нечетного числа дорог.