

## 11 класс

1. Студент за 5 лет учения сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше экзаменов, чем в предыдущем, а на пятом курсе сдал втрое больше экзаменов, чем на первом курсе. Сколько экзаменов он сдал на четвертом курсе?
2. Величины  $\alpha$  и  $\beta$  острых углов удовлетворяют равенству  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin(\alpha + \beta)$ . Доказать, что  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ .
3. Деревня рыцарей и лжецов на карте имеет вид клетчатого квадрата  $9 \times 9$ , в каждой клетке живет один человек – рыцарь или лжец. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Соседними считаются клетки, примыкающие друг к другу по стороне или углу. Каждый житель сказал: «Среди моих соседей нечётное число лжецов». Чётно или нечётно количество лжецов в деревне?
4. Около четырехугольника  $ABCD$  описана окружность с центром в точке  $O$ . Диагонали четырехугольника перпендикулярны. Найдите длину стороны  $BC$ , если расстояние от точки  $O$  до стороны  $AD$  равно 1.
5. Даны 700 различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 2017. Доказать, что какие-то два из них отличаются или на 3, или на 4, или на 7.