

Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2017-2018 учебном году
11 класс

Бланк ответов по математике, 11 класс
Код участника _____

Продолжительность олимпиады: 240 минут. Максимально возможное количество баллов: 35

Задача 1 (7 баллов). Найдите наибольшее значение выражения $a^3b - b^3a$, если $a^2 + b^2 = 1$.

Задача 2 (7 баллов). Петя на ребре AB куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отметил точку X , делящую ребро AB в отношении $1:2$, считая от вершины A . Приведите пример, как Петя может отметить на ребрах CC_1 и $A_1 D_1$ соответственно точки Y и Z , чтобы треугольник XYZ был равносторонним. Ответ обоснуйте.

Задача 3 (7 баллов). Лабиринт представляет собой квадрат 8×8 , в каждой клетке 1×1 которого нарисована одна из четырёх стрелок (вверх, вниз, вправо, влево). Верхняя сторона правой верхней клетки – выход из лабиринта. В левой нижней клетке находится фишка, которая каждым своим ходом перемещается на одну клетку в направлении, указанном стрелкой. После каждого хода стрелка в клетке, в которой только что была фишка, поворачивается на 90° по часовой стрелке. Если фишка должна сделать ход, выводящий ее за пределы квадрата 8×8 , она остается на месте, а стрелка также поворачивается на 90° по часовой стрелке. Докажите, что рано или поздно фишка выйдет из лабиринта.

Задача 4 (7 баллов). В равенстве $x^5 + 2x + 3 = pk$, числа x и k – натуральные. Может ли число p быть простым?

Задача 5 (7 баллов). На окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, выбрана точка K . Оказалось, что прямая $СК$ пересекает отрезок AD в такой точке M , что $AM:MD = 2$. Пусть O – центр прямоугольника. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника OKD лежит на окружности, описанной около треугольника COD .