

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2017-2018 учебном году**

Задания 11 класс

1. Доказать, что если между каждыми двумя цифрами числа 1331 вставить по равному числу нулей, то получится полный куб.

2. Решите уравнение:
$$\frac{7}{x^2 - x + 2} - \frac{23}{x^2 - x + 3} + \frac{17}{x^2 - x + 4} = 0.$$

3. Теоретически, имеющиеся в совхозе комбайны, работая вместе, могут убрать урожай за одни сутки. Однако по плану комбайны вступают в работу последовательно: в первый час работает лишь один комбайн, во второй – два, в третий – три и т.д. до тех пор, пока все комбайны не начинают работать вместе. Затем комбайны работают все вместе до полной уборки урожая. В результате время работы по плану в 1,5 раза больше теоретического. Сколько комбайнов в совхозе?

4. При каких значениях параметра $a > 0$ уравнение $\sin ax = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет в промежутке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ровно 3 корня?

5. Доказать, что если в произвольном четырёхугольнике $ABCD$ провести внутренние биссектрисы, то четыре точки пересечения биссектрис углов A и C с биссектрисами углов B и D лежат на одной окружности.