

## 11 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 240 мин.

Все задания по 7 баллов

1. На доске записаны натуральные числа от 1 до  $n$ , кратного 50. Вася утверждает, что если стереть с доски все числа, которые делятся на 50, то сумма оставшихся чисел является квадратом некоторого натурального числа. Прав ли Вася?

2. Найдите все целые решения уравнения  $3 \cdot 2^x + 1 = y^2$ .

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены две высоты  $AD$  и  $CE$ . На прямую  $DE$  из точек  $A$  и  $C$  опустили перпендикуляры  $AM$  и  $CN$ . Докажите, что  $ME = DN$ .

4. Гномы Глоин, Оин и Траин нашли 70 одинаковых драгоценных камней и хотят разделить их между собой так, что каждый из них получит не менее 10 камней. Сколькими способами гномы смогут это сделать?

5. Для каких натуральных чисел  $n \geq 3$  можно за конечное количество шагов из набора чисел  $1, 2, \dots, n$  получить набор из  $n$  одинаковых чисел, если за один шаг можно выбирать два произвольных числа и увеличивать каждое из них на произвольное одинаковое натуральное число?