

**Задания муниципального этапа ВсОШ по математике**  
**11-й класс**

- 11.1** Докажите, что из двух чисел  $a = |\cos x - \sin x|$ ,  $b = |\cos x + \sin x|$  хотя бы одно не меньше 1.
- 11.2** Точка D находится на стороне AC треугольника ABC. При этом  $\angle BDC = \angle ABC$ . Биссектрисы углов ABC и BDC пересекаются в точке K. Докажите, что  $AK = BK$ .
- 11.3** На конгрессе присутствуют 200 ученых, каждый из которых знает ровно 4 языка. Известно, что из любых трех ученых какие-то двое могут говорить на одном языке. Докажите, что каким-то языком владеют не менее 26 участников конгресса.
- 11.4** Бесконечная последовательность чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots$  образована по закону:  
$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + \frac{1}{a_n}} \quad \text{при } n = 1, 2, \dots$$
 Докажите, что некоторый интервал длины 1 содержит более тысячи членов этой последовательности.
- 11.5** В пространстве даны 4 различных шара одинакового радиуса. Докажите, что объединение любых трех из них не содержит целиком четвертый шар.