ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2017-2108 УЧЕБНЫЙ ГОД ВТОРОЙ ЭТАП

11 КЛАСС

Продолжительность олимпиады – 3 ч.55 мин.

1. Решите уравнение:
$\left(x^2-2x+1\right)+\left(x^2-4x+3\right)+\ldots+\left(x^2-2\cdot 2017x+2\cdot 2017-1\right)=0$.

2. Про многочлен $P(x)$ известно, что $P(1)=1$, $P(2)=2$, …, $P(2018)=2018$. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на произведение $(x-1)\cdot(x-2)\cdot\ldots\cdot(x-2018)$.

3. Решите в целых числах уравнение: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2017}$.

4. Даны две окружности с радиусами 1 и 2017. Их общие внутренние касательные взаимно перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, образованного этими касательными и общей внешней касательной окружностей.

5. Двое играют в следующую игру: на столе лежит 2017 камней. За один ход каждый игрок может взять себе или положить на стол, если они имеются у игрока от 1 до 12 камней. Проигрывает тот игрок, который не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре начинающий или его партнер. Ответ обоснуйте.