Шифр

22 ноября 2017 года

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ 2017/2018 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 11 классов

Номер задания	Макс. балл	Баллы
1	7	
2	7	
3	7	
4	7	
5	7	
6	7	
Общий балл	42	

Председатель жюри:

________________ (____________________)

Члены жюри:

________________ (____________________)

________________ (____________________)

________________ (____________________)

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

11.1. Рассматриваются все уравнения вида $(x-a)(x-b)=(x-c)(x-d)$, где a, b, c и d — некоторые действительные числа, которые удовлетворяют условию $a+d=b+c=2017$. Докажите, что все рассматриваемые уравнения имеют общий корень и найдите его.

11.2. Рыбаки поймали несколько карасей и щук. Каждый поймал столько карасей, сколько щук поймали все остальные. Сколько было рыбаков, если всего карасей поймано в 10 раз больше, чем щук? Ответ обоснуйте.

11.3. Существует ли многочлен $p(x)$ 13-й степени с коэффициентом при старшей степени, равным $\frac{1}{1001}$, который во всех целых точках принимает целые значения? Ответ обоснуйте.

11.4. Можно ли в единичный куб поместить правильный шестиугольник со стороной, равной $\frac{2}{3}$? Ответ обоснуйте.

11.5. В треугольнике ABC проведены медиана BK и биссектриса CL. Пусть P — точка их пересечения. Докажите, что $\frac{PC}{PL} - \frac{AC}{BC} = 1$.

11.6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+2y+3z = 2, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{2y}+\frac{1}{3z} = \frac{5}{6}, \\ xyz = -1. \end{cases}$$