

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

11 класс

1. Функция $f(x)$ определена при всех действительных x , причём при любом x выполнены равенства $f(x+2017)=f(2017-x)$ и $f(x+2018)=f(2018-x)$. Доказать, что f – периодическая функция.
2. Решить уравнение
$$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$$
3. На ледяном поле лежат три шайбы в точках A , B и C , не лежащих на одной прямой. Хоккеист толкает одну из шайб (любую) так, что она проскальзывает между двумя другими и останавливается так, что шайбы вновь образуют треугольник. Так он делает 25 раз. Может ли случиться так, что в конце каждая из шайб вернётся в начальное место?
4. Является ли истинным следующее утверждение: для любых двух положительных чисел α и β существует остроугольный треугольник ABC , высоты которого AK и BL делят противоположные стороны в отношениях α и β соответственно, то есть так, что $\frac{BK}{KC} = \alpha$ и $\frac{CL}{LA} = \beta$?
5. В некоторой семье есть братья и сёстры (как минимум 2 брата и как минимум 2 сестры). Час назад каждый брат в семье был в ссоре с одинаковым числом сестёр, а все сёстры были в ссоре с различным числом братьев. Но сейчас некоторые пары помирились, и теперь каждая сестра в ссоре с одинаковым числом братьев, а братья в ссоре с разным числом сестёр. Сколько же братьев и сколько сестёр в этой семье?