ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2017-2108 УЧЕБНЫЙ ГОД ВТОРОЙ ЭТАП

7-8 КЛАСС

Продолжительность олимпиады – 3 ч.55 мин.

1. Сумму двух целых чисел умножили на их произведение. Могло ли получиться число 20182017?

2. Известно, что числа a, b, c – целые и их сумма делится на шесть. Докажите, что $a^5 + b^3 + c$ также делится на шесть.

3. У продавца есть 10 дынь и весы, с помощью которых за одно взвешивание можно определить общую массу любых трёх дынь. Как за шесть взвешиваний узнать суммарную массу всех дынь?

4. Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC равен 108^0. Перпендикуляр к биссектрисе AD этого треугольника, проходящий через точку D, пересекает сторону AC в точке E. Докажите, что DE = BD.

5. Али-Баба играет с одним из разбойников в такую игру: на столе лежит кучка из 2017 алмазов; за один ход разрешается разделить одну кучку на любые две; проигрывает тот, кто не может сделать ход; победитель забирает себе все алмазы. Как должен играть Али-Баба, чтобы получить 2017 алмазов?