

Муниципальный этап Российской олимпиады по математике  
2017-18 учебного года

8 класс (Время решения – 4 часа)

1. Имеется 5 внешне одинаковых ящиков, массы которых равны 10, 11, 12, 14 и 17 кг, а также электронные весы, которые показывают точную массу взвешиваемых предметов (на весы разрешается поставить любое количество ящиков). Можно ли за 3 взвешивания определить, какой ящик сколько весит?
2. Алёша и Витя отправляются из пункта  $N$  в пункт  $M$ , расстояние между которыми равно 20 км. К сожалению, на двоих у них есть только один велосипед. Из  $N$  Алёша выезжает на велосипеде, а Витя выходит пешком. Алёша может оставить велосипед в любой точке дороги, продолжив путь пешком. Когда Витя дойдет до этой точки, он пересаживается на велосипед. Скорость Алёши пешком – 4 км/ч, на велосипеде – 15 км/ч. Скорость Вити пешком – 5 км/ч, на велосипеде – 20 км/ч. В какой точке Алёша должен оставить велосипед, чтобы в  $M$  они с Витей прибыли одновременно?
3. В правильном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BH$ . На прямой  $BH$  отмечена точка  $D$  так, что  $BD = AB$ . Найдите  $\angle CAD$ .
4. В квадратной таблице  $100 \times 100$  в каждой клетке записано число «1» или «-1». Известно, что во всей таблице чисел «1» не меньше двух, и чисел «-1» тоже не меньше двух. Докажите, что в этой таблице можно выбрать две строки и два столбца так, что сумма четырех чисел, на пересечении выбранных строк и столбцов будет равна 0.
5. На столе лежит 7 чистых листов бумаги. Каждую минуту Вася выбирает любые 4 из них и на каждом из выбранных листов рисует по одной звезде. Вася хочет, чтобы в итоге на всех листах оказалось нарисовано различное число звёзд (то есть не было двух листов с одинаковым количеством нарисованных на них звезд). Какое наименьшее число звёзд в сумме для этого ему придется нарисовать?

Муниципальный этап Российской олимпиады по математике  
2017-18 учебного года

8 класс (Время решения – 4 часа)

1. Имеется 5 внешне одинаковых ящиков, массы которых равны 10, 11, 12, 14 и 17 кг, а также электронные весы, которые показывают точную массу взвешиваемых предметов (на весы разрешается поставить любое количество ящиков). Можно ли за 3 взвешивания определить, какой ящик сколько весит?
2. Алёша и Витя отправляются из пункта  $N$  в пункт  $M$ , расстояние между которыми равно 20 км. К сожалению, на двоих у них есть только один велосипед. Из  $N$  Алёша выезжает на велосипеде, а Витя выходит пешком. Алёша может оставить велосипед в любой точке дороги, продолжив путь пешком. Когда Витя дойдет до этой точки, он пересаживается на велосипед. Скорость Алёши пешком – 4 км/ч, на велосипеде – 15 км/ч. Скорость Вити пешком – 5 км/ч, на велосипеде – 20 км/ч. В какой точке Алёша должен оставить велосипед, чтобы в  $M$  они с Витей прибыли одновременно?
3. В правильном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BH$ . На прямой  $BH$  отмечена точка  $D$  так, что  $BD = AB$ . Найдите  $\angle CAD$ .
4. В квадратной таблице  $100 \times 100$  в каждой клетке записано число «1» или «-1». Известно, что во всей таблице чисел «1» не меньше двух, и чисел «-1» тоже не меньше двух. Докажите, что в этой таблице можно выбрать две строки и два столбца так, что сумма четырех чисел, на пересечении выбранных строк и столбцов будет равна 0.
5. На столе лежит 7 чистых листов бумаги. Каждую минуту Вася выбирает любые 4 из них и на каждом из выбранных листов рисует по одной звезде. Вася хочет, чтобы в итоге на всех листах оказалось нарисовано различное число звёзд (то есть не было двух листов с одинаковым количеством нарисованных на них звезд). Какое наименьшее число звёзд в сумме для этого ему придется нарисовать?