

**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по математике**

2017/18 учебный год

8 класс

Дорогой друг! Желаем успеха!

Инструкция для учащихся

Олимпиада по математике состоит из 6 заданий. На выполнение Олимпиады отводится 4 астрономических часа. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение задания необходимо расписать подробно. Задания можно выполнять по своему усмотрению. Если задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Калькулятором, справочной литературой пользоваться нельзя!

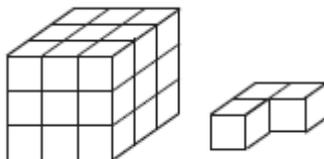
Задания (максимальный балл за всю работу – 42)

1. По прогнозу экспертов цены на квартиры в Москве через год упадут в рублях на 20 %, а в евро – на 40 %. В Сочи через год цены на квартиры в рублях упадут на 10 %. На сколько упадут цены на квартиры в Сочи в евро? Предполагается, что курс евро по отношению к рублю (т. е. стоимость одного евро в рублях), один и тот же в Москве и в Сочи, однако он может меняться с течением времени. Ответ обосновать.

2. Про числа a , b , c известно, что $a^2 + bc = a(b + c)$, $b^2 + ac = b(a + c)$, $c^2 + ab = c(a + b)$. Докажите, что $a = b = c$.

3. Внутри равнобедренного треугольника ($AB = BC$) отметили точки M , N и K (точка N – ближайшая к стороне AC) так, что $MN \parallel BC$, $NK \parallel AB$. Докажите, что $AM + KC > MN + NK$.

4. Можно ли кубик $3 \times 3 \times 3$ распилить на 9 уголков? Уголком называется фигура, состоящая из трех кубиков $1 \times 1 \times 1$ – см. рисунок; в кубе уголок может располагаться параллельно любой из граней. Ответ обосновать.



5. При последовательном вычислении на калькуляторе суммы ста слагаемых: $20, 12 + 20, 12 + 20, 12 + \dots + 20, 12$ Петя несколько раз ошибался, сдвигая при наборе в некоторых слагаемых запятую на один знак – в каких-то вправо, в каких-то влево. Мог ли его результат оказаться ровно вдвое больше правильного? Ответ обосновать. (Калькулятор Пети считает безошибочно.)

6. В ряд слева направо было выставлено 13 гирек с массами 1 г, 2 г, 3 г, ..., 13 г. Из них осталось только семь подряд стоящих (их порядок не поменялся), а остальные 6 гирек потеряны. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах определить массы оставшихся гирек? Ответ обосновать. Различить гирьки иначе, чем взвешивая их на весах, невозможно.