Шифр

22 ноября 2017 года

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ 2017/2018 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 9 классов

Номер задания	Макс. балл	Баллы
1	7	
2	7	
3	7	
4	7	
5	7	
6	7	
Общий балл	42	

Председатель жюри:

________________ (__________________)

Члены жюри:

________________ (__________________)

________________ (__________________)

________________ (__________________)

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

9.1. На доске выписаны числа $\sqrt{2}$ и $\sqrt{5}$. Разрешается дописать на доске сумму, разность или произведение любых двух различных чисел, уже выписанных на доске. Докажите, что можно выписать на доске число 1.

9.2. Существуют ли

а) такие различные натуральные числа a, b, c и d, что $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}$;

б) такие различные натуральные числа a, b, c, d и e, что $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{e}$?

Ответ обоснуйте.

9.3. На прямую дорогу между псом в будке и котом положили килограмм сосисок, и животные одновременно бросились к ним. Кот бегает вдвое быстрее пса, зато ест в два раза медленнее. Добежав до сосисок, оба ели без драки и съели поровну. Известно, что кот мог бы за одно и то же время съесть все сосиски или добежать от места старта до будки пса.

а) К кому сосиски положили ближе?

б) Во сколько раз путь одного животного больше пути другого?

Ответы обоснуйте.

9.4. На основании AC треугольника ABC взята точка D. Докажите, что окружности, вписанные в треугольники ABD и CBD, точками касания не могут делить отрезок BD на 3 равные части.

9.5. На полке стоит 12 книг. Сколькими способами можно выбрать 5 из них, если нельзя выбирать стоящие рядом книги? Ответ обоснуйте.

9.6. Пусть a и b — положительные числа. Найдите наименьшее значение дроби $\dfrac{(a+b)(a+2)(b+2)}{16ab}$. Ответ обоснуйте.