Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2017/18 учебный год

9 класс

Дорогой друг! Желаем успеха!

Инструкция для учащихся

Олимпиада по математике состоит из 6 заданий. На выполнение Олимпиады отводится 4 астрономических часа. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение задания необходимо расписать подробно. Задания можно выполнять по своему усмотрению. Если задание не удается выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Калькулятором, справочной литературой пользоваться нельзя!

Задания (максимальный балл за всю работу – 42)

1. На прямой отметили несколько точек. Затем между каждыми двумя соседними точками отметили еще по точке, после чего проделали эту операцию еще раз. В итоге получилась 101 точка. Сколько точек было отмечено вначале?

2. Гонцу надо пробежать 24 мили. Две трети этого расстояния он бежал со средней скоростью 8 миль в час. Сможет ли он, увеличив скорость, пробежать остаток пути так, чтобы его средняя скорость на всём пути равнялась 12 миль в час?

3. Перпендикуляры BE и DF, опущенные из вершин B и D параллелограмма $ABCD$ на стороны AD и BC соответственно, делят параллелограмм на три части равной площади. На продолжении диагонали BD за вершину D отложен отрезок DG, равный отрезку BD. Прямая BE пересекает отрезок AG в точке H. Найдите отношение $AH : HG$.

4. Сумма трёх неотрицательных чисел x_1, x_2 и x_3 не превосходит 1/2. Докажите, что $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) \geq 1/2$.

5. По кругу записано n целых чисел, сумма которых равна 94. Известно, что любое число равно модулю разности двух следующих за ним чисел. Найдите все возможные значения n.

6. Доска размером 4 х 4 клетки покрыта 13 прямоугольниками размером 1 х 2 клетки, стороны которых идут по сторонам клеток. Докажите, что один из прямоугольников можно убрать так, что оставшиеся будут по-прежнему покрывать всю доску.