Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2018/19 учебный год

7 класс

Ответы и решения задач

УСЛОВИЕ

1. В некотором месяце три воскресенья пришлись на четные числа. Какой день недели был 20 числа этого месяца?

Решение. Воскресенья в одном месяце, чередуясь, выпадают на четные и нечетные числа. Т.к. 3 из них выпадали на четное число, то всего в этом месяце было 5 воскресений, поэтому первое из них могло быть только второго числа, откуда 20 число – четверг.

Ответ: четверг.

УСЛОВИЕ

2. В школе 30 классов, 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.

Доказательство. Если бы в каждом классе было меньше чем по 34 ученика, то в 30 классах школы училось бы не более $33 \cdot 30 = 990$ учащихся, а не 1000.

УСЛОВИЕ

3. Можно ли расставить по окружности 20 красных и несколько синих фишек так, чтобы в каждой точке, диаметрально противоположной красной фишке, стояла синяя и никакие две синие фишки не стояли рядом?

Доказательство. По условию красные и синие фишки должны чередоваться (на окружности), значит, всего их 40. На полуокружности между красной и противоположной ей синей фишкой стоят 19 фишек, значит, крайние из этих 19 – одноцветны, а они должны быть разноцветными, как соседние – одна – с красной, другая – с синей. Следовательно, указанная в задаче расстановка фишек не возможна.

УСЛОВИЕ

4. На олимпиаду пришли 10 учащихся из одного класса. Сколькими способами их можно распределить по четырем аудиториям, в которых они будут писать работу?

Указание. Для каждого из 10 учащихся есть 4 возможности (попасть в любую аудиторию). Следовательно, всего 4^{10} различных способов.

УСЛОВИЕ

5. Дан угол AOB и две точки M и N внутри него. Как направить луч света из точки M, чтобы он, отразившись сначала в стороне AO, а затем – в стороне BO, попал в точку N?

Решение. Построить точку M_1, симметричную точке M, относительно AO, затем N_1 – симметричную N относительно BO, соединить их отрезком $M_1 N_1$, обозначив через K точку пересечения его с лучом AO; определим искомое направление MK.

УСЛОВИЕ

6. Турист отправляется в поход из A в B и обратно и проходит весь путь за 3 часа 41 минуту. Дорога из A в B сначала идет в гору, потом по ровному месту и затем под гору. На каком протяжении дорога проходит по ровному месту, если скорость туриста составляет при подъеме в гору 4 км/час, на ровном месте 5 км/час и при спуске с горы 6 км/час, а расстояние AB равно 9 км?

Решение. Пусть x км пути проходят по ровному месту, тогда $9 - x$ км пути (в гору и под гору) турист проходит дважды, один раз (каждый из участников подъема или спуска) со скоростью 4 км/час, другой со скоростью 6 км/час и затратит на этот путь $(9 - x)/4 + (9 - x)/6$ часов. Так как по ровному месту турист идет $2x/5$ часов, а путь в оба конца проходит за 3 часа 41 минуту, то $2x/5 + (9 - x)/4 + (9 - x)/6 = 221/60$, откуда $x = 4$ км.

Ответ: 4 км.