

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

Решения

8 класс

1. **Первое решение:** Поскольку Кролик бежал со скоростью вдвое большей, чем скорость Алисы, то в то время, когда Алиса пришла к Герцогине, Кролик вновь был на середине пути. Так как он опоздал на 10 минут, то Алиса затратила на половину пути 20 минут, а на весь путь 40 минут.

Второе решение: Пусть время, за которое Алиса дошла от дома Кролика до дома Герцогини, равно t минут. Кролик прошел половину пути вместе с Алисой, на это у него ушло $\frac{t}{2}$ минут. Затем он пробежал расстояние, равное $\frac{3}{2}$ расстояния от своего дома до дома Герцогини. Так как он бежал в 2 раза быстрее, то ему понадобилось в 2 раза меньше времени, т.е. $\frac{3t}{4}$ минут. Итого, Кролик затратил на весь путь $\frac{5t}{4}$. Кролик опоздал на 10 минут, значит, $\frac{5}{4}t - t = 10$, $t = 40$ минут.

Ответ: прием был назначен на 12 часов 40 минут.

2. Пусть биссектрисы AA_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке I . Допустим, что $\angle AIC_1 = 60^\circ$. По теореме о внешнем угле треугольника $\angle AIC_1 = \angle IAC + \angle ICA = \frac{\angle BAC + \angle BCA}{2}$, откуда $\angle BAC + \angle BCA = 120^\circ$ и $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA = 60^\circ$. В случае, если $\angle AIC = 60^\circ$, $\angle IAC + \angle ICA = 120^\circ$, откуда $\angle BAC + \angle BCA = 240^\circ$, что невозможно.

3. Посмотрим на вторую телеграмму. В правой и левой частях равенства в двух последних разрядах написано одно и то же: $ET - OY$. Это значит, что и в старших разрядах справа и слева будет одно и то же:
 $SEKP - OTKP = OTB - TB$. Теперь если выполнить вычитания, то и справа и слева сократятся по две буквы, то есть на концах будет по два нуля. Когда мы сократим на 100, получится вот что: $SE - OT = O$
 Теперь посмотрим на последнюю телеграмму. Если записать ее как пример на сложение в столбик,

$$\begin{array}{r} \text{ОТКРЫТ} \\ + \text{20010} \\ \hline \text{СЕКРЕТ} \end{array}$$

то видно, что $OT + 2 = CE$. Сопоставив это с предыдущим равенством, мы понимаем, что $O = 2$, а тогда $C = 3$. Кроме того, при сложении произошел перенос из разряда единиц в разряд десятков, а поэтому $T = 8$ или 9 . Однако, если предположить, что $T = 8$, то $E = 0$, а тогда при сложении $Ы + 1 = E$ (то есть $Ы + 1 = 0$) неизбежно произошел бы перенос в следующий разряд. Но этого не было, значит, $T = 9$. Мы узнали значения всех нужных букв.

Ответ: поезд 392, вагон 2.

4. Разложив левую часть уравнения на множители, получим $4m^2(n - 1) - (n - 1) = 57$, или $(2m - 1)(2m + 1)(n - 1) = 57 = 1 \cdot 3 \cdot 19$. Это равенство в области натуральных чисел выполняется, если $m = 1$, $n = 20$.

Ответ: $m = 1$, $n = 20$.

5. Обозначим игроков – А (начинающий) и В (его противник). Приведем стратегию, позволяющую игроку А гарантированно выиграть. Пусть он возьмет первым ходом цифру 3; тогда игрок В вынужден брать 4 (иначе А вторым ходом ее возьмет и выиграет, составив число 34). Заметим, что тогда вторым своим ходом В не выиграет, т.к. единственное двузначное число, содержащее 4 в своей записи и делящееся на 17, - это 34. Далее А возьмет 1, тогда В должен брать 5 (действительно, иначе этим ходом он не выиграет, а следующим ходом А возьмет 5 и составит 51). Тогда следующим ходом А возьмет 6 и выиграет, составив число 136. Существуют и другие выигрышные стратегии для А.

Ответ: начинающий.