

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**

2018-2019 УЧЕБНЫЙ ГОД

10 КЛАСС

Время выполнения заданий: 4 часа (240 минут)

Максимальный балл: 35 баллов (по 7 баллов за каждое задание)

1. Действительные числа a, b, c таковы, что $(a-b)(b-c)(c-a) = a + b + c$. Докажите, что число $a + b + c$ делится на 2018.
2. Дан треугольник AMD . На стороне AM взята точка B . $AB = 2, BM = 3$. На стороне MD взята точка C такая, что угол ABD равен углу ACD . Найдите произведение $MD \cdot MC$.
3. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений
$$\begin{cases} |x - 1| - y = 1 - a^4 - (ax - a)^4 \\ x^2 + y^2 = 2x, \end{cases}$$
имеет единственное решение.
4. Можно ли клетчатую доску размером 10×10 разрезать по линиям сетки на прямоугольники размером 1×4 ?
5. Функция $f(x) = ax^2 + bx$ ($a \neq 0; a, b$ – целые числа) такова, что для любого натурального n , десятичная запись которого состоит только из единиц, число $f(n)$ также записывается одними единицами. Найдите a и b .