

**Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по математике  
2018/19 учебный год  
10 класс**

*Дорогой друг! Желаем успеха!*

**Инструкция для учащихся**

Олимпиада по математике состоит из 6 заданий. На выполнение олимпиады отводится 4 астрономических часа. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение задания необходимо расписать подробно. Задания можно выполнять по своему усмотрению. Если задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

**Калькулятором, справочной литературой пользоваться нельзя!**

**Задания (максимальный балл за всю работу – 42)**

1. Сколько среди целых чисел от 100 до 10 000 таких, в записи которых встречаются ровно 3 одинаковые цифры?
2. Доказать, что среди любых 6 человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое незнакомых друг с другом.
3. Доказать, что если  $p$  – простое число и  $p > 3$ , то число  $p^2 - 1$  делится на 24.
4. Найти действительные решения уравнения  $(x + 2)^4 + x^4 = 82$ .
5. Сосновый лес растет на участке, имеющем форму квадрата со стороной 1 км. Зная, что весь этот лес состоит из 4500 деревьев диаметра 50 см, доказать, что в лесу можно выбрать прямоугольную площадку  $10 \text{ м} \times 20 \text{ м}$ , на которой не растет ни одно дерево.
6. В шахматном турнире участвовало 8 человек, и все они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четыре последних. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?