# МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

## 2018-2019 УЧЕБНЫЙ ГОД

## 11 КЛАСС

*Время выполнения заданий: 4 часа (240 минут)*
*Максимальный балл: 35 баллов (по 7 баллов за каждое задание)*

1. Решите уравнение: $\log_{x^{2019}} 2018 + \log^2_{x^{2019}} 2018 + \log^3_{x^{2019}} 2018 + \ldots = 2018$.

2. Назовем натуральное число $n$ новогодним, если число $n^{12} + 2018$ делится на 2019. Докажите, что среди чисел 1, 2, …, 2018 чётное число новогодних чисел.

3. Докажите, что для всех $x$, удовлетворяющих неравенству $-1 \le x \le 1$, справедливо неравенство: $|2x\cos(2019\arccos x) - \cos(2018\arccos x)| \le 1$.

4. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом так, что их центры образуют треугольник со сторонами 2, 2 и 3. Найдите площадь, фигуры, ограниченной окружностями, касающимися трёх данных внешним и внутренним образом.

5. Биатлонисты Антон и Мартен играют в игру «Лучший стрелок». Для этого они установили на биатлонном стрельбище две установки для стрельбы лежа и одну – для стрельбы стоя (каждая установка содержит пять мишеней) и договорились делать по очереди 1, 2 или 4 выстрела. Ход биатлониста состоит в выборе установки, на которой есть открытые мишени, и количества выстрелов по ней (при этом количество выстрелов не превосходит количества открытых мишеней на установке). Победителем игры будет объявлен тот из биатлонистов, кто закроет последнюю мишень. Кто выиграет при правильной игре, если начинает Антон, а оба биатлониста имеют стопроцентную точность стрельбы (никогда не промахиваются)?