САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

17 ноября 2018 г. I тур 11 класс 1 вариант

1. Многочлен степени 10 имеет три различных корня. Какое наибольшее количество нулевых коэффициентов у него может быть?

2. Все рыбаки делятся на обычных и честных. Честный рыбак преувеличивает вес пойманных им рыб ровно в 2 раза, а обычный рыбак — в целое, большее шести, число раз (эти коэффициенты у разных обычных рыбаков могут быть разными). 10 рыбаков поймали вместе 120 кг рыбы. Каждый заявил, что поймал ровно 60 кг рыбы. Сколько среди них было обычных рыбаков? Найдите все ответы и докажите, что других нет.

3. В группе детского сада 26 детей. Когда дети вышли на прогулку, у каждого было две варежки одинакового цвета, причем варежки разных детей — разного цвета. Во время прогулки дети трижды строились парами (не обязательно одним и тем же способом). Во время первого построения дети в каждой паре поменялись левыми варежками, во время второго — правыми. Когда они построились в третий раз, оказалось, что у каждой пары детей имеются две варежки одного цвета, две — другого. Докажите, что в этот момент есть ребенок в одинаковых варежках.

4. Точки X и Y — середины дуг AB и BC описанной окружности треугольника ABC. BL — биссектриса этого треугольника. Оказалось, что $\angle ABC = 2\angle ACB$ и $\angle XLY = 90^\circ$. Найдите углы треугольника ABC.

5. Даны натуральные числа m и n ($m < n$) и большая шоколадка, стороны которой делятся на n^5. (Все *шоколадки* в этой задаче — клетчатые прямоугольники, сторона клетки равна 1.) Леша пять раз съедал по несколько клеточек так, что получалась очередная меньшая шоколадка, площадь которой каждый раз составляла долю $\frac{m}{n}$ от площади предыдущей шоколадки. Докажите, что он сможет съесть еще несколько клеточек так, что получится совсем уже маленькая шоколадка, площадь которой составляет долю $\left(\frac{m}{n}\right)^{10}$ от площади исходной большой шоколадки.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе* (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) *следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон; класс, школа, район школы;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

17 ноября 2018 г. I тур 11 класс 2 вариант

1. Многочлен степени 10 имеет три различных корня. Какое наибольшее количество нулевых коэффициентов у него может быть?

2. Все рыбаки делятся на обычных и честных. Честный рыбак преувеличивает вес пойманных им рыб ровно в 2 раза, а обычный рыбак — в целое, большее шести, число раз (эти коэффициенты у разных обычных рыбаков могут быть разными). 10 рыбаков поймали вместе 180 кг рыбы. Каждый заявил, что поймал ровно 90 кг рыбы. Сколько среди них было честных рыбаков? Найдите все ответы и докажите, что других нет.

3. В группе детского сада 30 детей. Когда дети вышли на прогулку, у каждого было две варежки одинакового цвета, причем варежки разных детей — разного цвета. Во время прогулки дети трижды строились парами (не обязательно одним и тем же способом). Во время первого построения дети в каждой паре поменялись левыми варежками, во время второго — правыми. Когда они построились в третий раз, оказалось, что у каждой пары детей имеются две варежки одного цвета, две — другого. Докажите, что в этот момент есть ребенок в одинаковых варежках.

4. На окружности отмечены точки A, B, C, D, E и на отрезке AE — точка F так, что $AB = BC$, $CD = DE$, $\angle ACF = \angle FCE = \angle CEF$ и $BF \perp DF$. Найдите угол $\angle ABC$.

5. Даны натуральные числа m и n ($m < n$) и большая шоколадка, стороны которой делятся на n^4. (Все *шоколадки* в этой задаче — клетчатые прямоугольники, сторона клетки равна 1.) Дима четыре раза съедал по несколько клеточек так, что получалась очередная меньшая шоколадка, площадь которой каждый раз составляла долю $\frac{m}{n}$ от площади предыдущей шоколадки. Докажите, что он сможет съесть еще несколько клеточек так, что получится совсем уже маленькая шоколадка, площадь которой составляет долю $\left(\frac{m}{n}\right)^{8}$ от площади исходной большой шоколадки.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе* (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) *следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон; класс, школа, район школы;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem