




САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

17 НОЯБРЯ 2018 Г. I ТУР 6 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Таблица 10×10 заполнена числами от 1 до 100: в первой строке слева направо выписаны числа от 1 до 10 в порядке возрастания; во второй строке точно так же выписаны числа от 11 до 20, и т. д.; в последней строке слева направо выписаны числа от 91 до 100. Можно ли в этой таблице найти фрагмент из 7 клеточек вида , сумма чисел в котором равна 455? (Фрагмент можно поворачивать.)

2. Костю в детстве неправильно научили складывать натуральные числа: он полагает, что после привычного всем сложения следует переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим сложение по Костиному правилу знаком \oplus (например, $99 \oplus 2 = 110$.) Существуют ли такие натуральные числа a и b , для которых $a \oplus b = a$?

3. За большим круглым столом сидят 100 человек. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец, либо чудак. Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда лжет. Чудаки говорят правду, если слева от него сидит лжец; ложь, если слева от него сидит рыцарь; все что угодно, если слева от него чудаки. Каждый сказал: «Справа от меня сидит лжец». Сколько всего лжецов? Перечислите все возможные ответы и докажите, что других нет.

4. Учительница считает некоторых учеников 6^а класса отличниками, а остальных — двоечниками. В течение четверти в классе прошло 6 контрольных по математике (на них ставились оценки от 2 до 5). На каждой контрольной присутствовали все ученики, и на каждой контрольной они рассаживались по двое за парту (возможно, на разных контрольных по-разному). Двоечник чудесным образом получал тройку, если сидел за одной партой с отличником, и двойку, если сидел с другим двоечником. Всего за эти контрольные пятёрки было получено в 3 раза больше, чем четвёрок, а троек — на 10 меньше, чем двоек. Докажите, что найдется отличник, получивший хотя бы одну оценку не выше тройки.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?


А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

17 НОЯБРЯ 2018 Г. I ТУР 6 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Таблица 10×10 заполнена числами от 1 до 100: в первой строке слева направо выписаны числа от 1 до 10 в порядке возрастания; во второй строке точно так же выписаны числа от 11 до 20, и т. д.; в последней строке слева направо выписаны числа от 91 до 100. Можно ли в этой таблице найти фрагмент из 7 клеточек вида , сумма чисел в котором равна 322? (Фрагмент можно поворачивать.)

2. Надя неправильно вычитает натуральные числа: после привычного всем вычитания она переставляет цифры разности в возрастающем порядке. Обозначим вычитание по Надиному правилу знаком \ominus (например, при вычитании $1000 \ominus 20$ Надя переставляет цифры в числе 980 и получает 089, т. е. 89). Существуют ли такие натуральные числа a и b (причем $a > b$), для которых $a \ominus b = a$?

3. За большим круглым столом сидят 200 человек. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец, либо чудаки. Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда лжет. Чудаки говорят правду, если справа от него сидит лжец; ложь, если справа от него сидит рыцарь; все что угодно, если справа от него чудаки. Каждый сказал: «Слева от меня сидит лжец». Сколько всего лжецов? Перечислите все возможные ответы и докажите, что других нет.

4. Учительница считает некоторых учеников 6^б класса отличниками, а остальных — двоечниками. В течение четверти в классе прошло 10 контрольных по математике (на них ставились оценки от 2 до 5). На каждой контрольной присутствовали все ученики, и на каждой контрольной они рассаживались по двое за парту (возможно, на разных контрольных по-разному). Отличник получал четверку, если сидел за одной партой с двоечником, и пятерку, если сидел с другим отличником. Всего за эти контрольные двойки было получено в 3 раза больше, чем троек, а четвёрок — на 6 меньше, чем пятёрок. Докажите, что найдется двоечник, получивший хотя бы одну оценку не ниже четверки.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem