

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2018-2019 уч. год

Решения и ответы

6 класс

1. Из условия ясно, что все слагаемые равны. Тройка, на которую одно слагаемое меньше суммы всех трёх, равна сумме двух других слагаемых. Поэтому каждое слагаемое равно $3/2$.
2. Из условия задачи следует, что в коробке не яблоками являются не более двух фруктов (иначе можно вытащить 3 фрукта, среди которых не будет яблок). Аналогично, не грушами являются не более трех фруктов (иначе можно вытащить 4 фрукта, среди которых не будет груш). Таким образом, в коробке лежит ровно 5 фруктов: три яблока и две груши. Они все и будут вытащены.
3. Не может. Пусть сумма всех сумм, делящихся на 4, равна A . Тогда сумма всех остальных сумм тоже равна A , а сумма всех 12 сумм – $2A$. Поскольку A делится на 4, сумма всех сумм делится на 8. Но в этой сумме все числа таблицы учтены ровно по два раза (по столбцу и по строке). Поэтому она равна $2 \times (1+2+\dots+36) = 36 \times 37$, а это число на 8 не делится. Противоречие.
4. Заметим, что прямоугольников 3×5 не более чем $(22 \times 15)/(3 \times 5) = 22$ штуки. Теперь приступим к разрезанию.
Разрежем наш лист на три поперек стороны 22: 5×15 , 5×15 и 12×15 . Теперь третий кусок разрежем вдоль стороны 12 на четыре равных куска 3×15 . Всего получится 6 кусков — два 5×15 и четыре 3×15 . Из первых двух кусков мы получим по 5 заготовок 5×3 , а из оставшихся четырех — по 3 заготовки 3×5 . Итого, получится 22 куска.
5. Отдавать шляпу больше раз, чем получать, мог только тот, кто пришел в шляпе, а заявление свое делал, не имея шляпы. Значит, в шляпах пришло не меньше 10 джентльменов, а шляп не больше, чем $20 - 10 = 10$. Отсюда ясно, что в шляпах пришли ровно 10 джентльменов.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2018-2019 уч. год

Критерия проверки

6 класс

1. Верный ответ без обоснования – 3 балла. Полное решение – 7 баллов.
2. Рассмотрение частных случаев – 1 балл. Использование неравенств при оценивании количества без верного решения – 3 балла. Полное решение – 7 баллов.
3. Рассмотрение частных случаев – 1 балл. Использование соображений делимости без верного решения – 3 балла. Полное решение – 7 баллов.
4. Разрезание, в котором меньше 22 кусков – 1 балл. Полное решение – 7 баллов.
5. Рассмотрение частных случаев – 1 балл. Использование неравенств при оценивании количества без верного решения – 3 балла. Полное решение – 7 баллов.