

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

6 класс

- 6.1. В числовом примере $АВВ + 9 = ГДЕ$ буквы А, В, Г, Д и Е обозначают шесть разных цифр. Какая цифра обозначена буквой Д?

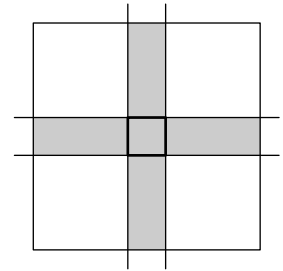
Ответ. 0.

Решение. При сложении вторая цифра первого слагаемого АВВ изменилась (Д вместо В). Это могло быть только в том случае, когда из разряда единиц при сложении была перенесена 1 в разряд десятков. Но и первая цифра при сложении изменилась (Г вместо А). Значит, из разряда десятков при сложении в разряд сотен тоже перенесена единица. Это возможно только когда $В + 1 = 10$. Значит, $В = 9$, а тогда $Д = 0$.

Замечание. У ребуса есть решения, например, $194 + 9 = 203$.

Комментарий. Оценка не снижается, если найден правильный ответ, указано, что $В = 9$, $Д = 0$, но подробных объяснений не приведено.

- 6.2. Прямые, параллельные сторонам квадрата, образуют квадратик, центр которого совпадает с центром исходного квадрата. Известно, что площадь креста, образованного квадратиком (см. рис. справа) в 17 раз больше площади квадратика. А во сколько раз площадь исходного квадрата больше площади квадратика?



Ответ. В 81 раз.

Решение. Пусть квадратик имеет размеры $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$, а квадрат — $n \text{ см} \times n \text{ см}$. Тогда площадь креста равна $(2n - 1) \text{ см}^2$ (вертикальный столбик имеет размеры $n \times 1$, горизонтальная строка — $1 \times n$, а площадь квадратика мы сосчитали дважды). Из равенства $2n - 1 = 17$ получаем, что $n = 9$. Значит, площадь квадрата равна $9 \times 9 = 81 \text{ см}^2$.

Комментарий. Верный ответ получен подбором — 5 баллов.

- 6.3. Мальчики принесли в класс конфеты и раздали их девочкам. Петя сказал, что он принёс ровно половину общего числа конфет. Коля сказал, что он принёс ровно треть общего числа конфет, и отдал свои конфеты только Маше и Тане, причём Маше досталось на 3 конфеты больше, чем Тане. Докажите, что кто-то из ребят ошибся.

Решение. Предположим, что оба мальчика не ошиблись. Поскольку Петя не ошибся, то общее количество принесённых конфет чётно (в два раза больше количества конфет, принесённых Петей). Треть от чётного числа — тоже чётное число. Значит, количество конфет, которые принёс Коля, чётно. Но, по его словам, он отдал девочкам нечётное количество конфет, так как количества конфет, доставшихся Маше и Тане, имеют разную чётность (различаются на 3), а сумма двух чисел разной чётности нечётна. Получили противоречие.

Комментарий. Замечено, что общее количество конфет должно быть чётным — 2 балла.

Показано, что из того, что общее количество конфет чётно, следует, что Коля принес чётное число конфет — 2 балла.

Замечено, что количества конфет, доставшихся Маше и Тане, имеют разную чётность — 2 балла.

- 6.4. Вася выписал на доску 999 произведений: $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots, 999 \cdot 1000$. Верно ли, что сумма каких-то двух из этих произведений равна 20000?

Ответ. Верно.

Решение. Например, $99 \cdot 100 + 100 \cdot 101 = 100(99 + 101) = 100 \cdot 200 = 20000$.

Замечание. Ещё возможны только три примера: $54 \cdot 55 + 130 \cdot 131, 40 \cdot 41 + 135 \cdot 136, 89 \cdot 90 + 109 \cdot 110$.

Комментарий. Верный ответ без примера пар произведений — 0 баллов.

Любой верный пример — 7 баллов.

- 6.5. В комнате 10 человек — лжецы и рыцари (лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду). Первый сказал: «В этой комнате по крайней мере 1 лжец». Второй сказал: «В этой комнате по крайней мере 2 лжеца». Третий сказал: «В этой комнате по крайней мере 3 лжеца». И так далее

до десятого, который сказал: «В этой комнате все лжецы». Сколько лжецов могло быть среди этих 10 человек?

Ответ. 5.

Решение. Пусть в комнате k лжецов. Тогда первые k человек сказали правду (и, следовательно, были рыцарями), а остальные $(10 - k)$ соврали (и были лжецами). Значит, $k = 10 - k$, откуда $k = 5$.

Комментарий. Ответ получен рассмотрением примера — 3 балла.