

## 10 класс

- 10.1. Пусть  $f(x) = x^2 + 2ax + b$ . Известно, что уравнение  $f(x) = 0$  имеет два корня. Докажите, что тогда при любом положительном  $k$  уравнение  $f(x) + k(x + a)^2 = 0$  также имеет два корня.
- 10.2. Окружность, проходящая через вершины  $A, B, D$  трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковую сторону  $CD$  в точке  $K$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $BCK$ , касается прямой  $AB$ .
- 10.3. На клетчатой доске  $8 \times 8$  размещён 1 клетчатый корабль размера  $1 \times 3$ . Одним выстрелом разрешается прострелить целиком все 8 клеток одной строки или одного столбца. Какого минимального количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?
- 10.4. Верно ли, что любое чётное число, большее 1000, можно представить в виде

$$n(n + 1)(n + 2) - m(m + 1),$$

где  $m$  и  $n$  — натуральные числа?

- 10.5. Можно ли выбрать число  $n \geq 3$  и так заполнить таблицу  $n \times n$  различными натуральными числами от 1 до  $n^2$ , чтобы в каждой строке нашлись три числа, одно из которых равно произведению двух других?

## 10 класс

- 10.1. Пусть  $f(x) = x^2 + 2ax + b$ . Известно, что уравнение  $f(x) = 0$  имеет два корня. Докажите, что тогда при любом положительном  $k$  уравнение  $f(x) + k(x + a)^2 = 0$  также имеет два корня.
- 10.2. Окружность, проходящая через вершины  $A, B, D$  трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковую сторону  $CD$  в точке  $K$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $BCK$ , касается прямой  $AB$ .
- 10.3. На клетчатой доске  $8 \times 8$  размещён 1 клетчатый корабль размера  $1 \times 3$ . Одним выстрелом разрешается прострелить целиком все 8 клеток одной строки или одного столбца. Какого минимального количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?
- 10.4. Верно ли, что любое чётное число, большее 1000, можно представить в виде

$$n(n + 1)(n + 2) - m(m + 1),$$

где  $m$  и  $n$  — натуральные числа?

- 10.5. Можно ли выбрать число  $n \geq 3$  и так заполнить таблицу  $n \times n$  различными натуральными числами от 1 до  $n^2$ , чтобы в каждой строке нашлись три числа, одно из которых равно произведению двух других?