

**Всероссийская олимпиада школьников по математике.**

**II этап**

**8 класс**

**9.11.2018**

*Работа рассчитана на 240 минут*

1. Можно ли число 26 представить в виде суммы натуральных слагаемых, сумма обратных к которым равна 1?
2. Числа от 1 до 8 расставили по кругу. Число назовём большим, если оно больше своих соседей, и маленьким, если оно меньше своих соседей. Каждое число в расстановке - большое или маленькое. Какова наибольшая возможная сумма маленьких чисел?
3. Найти все пары чисел  $(a, b)$ , для которых выполняется равенство  $(a+b-1)^2=a^2+b^2-1$ .
4. Некоторые клетки доски  $11 \times 11$  закрашены. Оказалось, что у каждой клетки есть по крайней мере два закрашенных по стороне соседа. Доказать, что есть клетка, у которой по крайней мере три закрашенных соседа.
5. В равнобедренном тупоугольном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  проведена биссектриса  $AD$ . На основании  $AC$  отмечена точка  $F$  так, что  $DF=FC$ . Доказать, что  $BD=FC$ .
6. Существуют ли такие натуральные числа  $a$  и  $b$ , что  $a < b$  и  $b^2+4a$  – квадрат натурального числа?

**Всероссийская олимпиада школьников по математике.**

**II этап**

**8 класс**

**9.11.2018**

*Работа рассчитана на 240 минут*

1. Можно ли число 26 представить в виде суммы натуральных слагаемых, сумма обратных к которым равна 1?
2. Числа от 1 до 8 расставили по кругу. Число назовём большим, если оно больше своих соседей, и маленьким, если оно меньше своих соседей. Каждое число в расстановке - большое или маленькое. Какова наибольшая возможная сумма маленьких чисел?
3. Найти все пары чисел  $(a, b)$  для которых выполняется равенство  $(a+b-1)^2=a^2+b^2-1$ .
4. Некоторые клетки доски  $11 \times 11$  закрашены. Оказалось, что у каждой клетки есть по крайней мере два закрашенных по стороне соседа. Доказать, что есть клетка, у которой по крайней мере три закрашенных соседа.
5. В равнобедренном тупоугольном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  проведена биссектриса  $AD$ . На основании  $AC$  отмечена точка  $F$  так, что  $DF=FC$ . Доказать, что  $BD=FC$ .
6. Существуют ли такие натуральные числа  $a$  и  $b$ , что  $a < b$  и  $b^2+4a$  – квадрат натурального числа?