

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады по математике

2018-2019 уч.год

8 класс

1. В таблице  $3 \times 3$  расставьте числа 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 так, чтобы произведение чисел в первом столбце равнялось бы произведению чисел в первой строке, произведение чисел во втором столбце равнялось бы произведению чисел во второй строке и произведение чисел в третьем столбце равнялось бы произведению чисел в третьей строке.
2. Существуют ли 2018 пар натуральных чисел  $(x; y)$ , которые одновременно удовлетворяют условиям: 1) в каждой паре  $x$  и  $y$  не совпадают; 2) в каждой следующей паре число  $x$  на 1 больше числа  $x$  предыдущей пары; 3) в каждой следующей паре число  $y$  на 1 больше числа  $y$  предыдущей пары; 4) в каждой паре  $x$  делится на  $y$ ?
3. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $\alpha$ ,  $BC$  – наименьшая сторона. На стороне  $AB$  отмечена точка  $P$  и на стороне  $AC$  отмечена точка  $Q$  так, что  $PB = BC = CQ$ . Отрезки  $BQ$  и  $CP$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите величину угла  $BMC$ .
4. Фирма называется публичной, если ее акциями владеет не менее 15 акционеров. Акционер фирмы называется миноритарием, если он владеет не более, чем 25% акций этой фирмы. На бирже, где проходят торги акциями, шестая часть фирм – публичные. Докажите, что среди всех акционеров, участвующих в торгах на бирже, не менее 20% – миноритарии. При проведении биржевых торгов считается, что каждый акционер владеет акциями только одной фирмы.
5. Может ли квадрат какого-нибудь натурального числа оказаться наименьшим общим кратным двух подряд идущих натуральных чисел? Обоснуйте свой ответ.