

9 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 240 мин.

Все задания по 7 баллов

1. Каждый из 5 братьев владеет своим участком земли. Однажды они скинулись, купили огород соседа и поделили новую землю поровну между собой. В результате участок Андрея увеличился на 10%, участок Бориса – на $\frac{1}{15}$, участок Владимира – на 5%, участок Григория – на 4%, а участок Дмитрия – на $\frac{1}{30}$. На сколько процентов в результате увеличилась общая площадь их земли?

2. Участники олимпиады оставили в кабинете 9 ручек. Среди любых четырёх ручек хотя бы две принадлежат одному хозяину. А среди любых пяти ручек не больше трёх имеют одного хозяина. Сколько учеников забыло ручки, и сколько ручек принадлежит каждому ученику?

3. В треугольнике ABC провели высоты BB_1 , CC_1 и медиану AA_1 . Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ – равносторонний, если $\angle C + \angle B = 120^\circ$.

4. Какое наименьшее количество клеток на доске 6×6 надо закрасить, чтобы при любом расположении (можно поворачивать и переворачивать) фигуры из 4 клеток в виде буквы Г на доске, нашлась хотя бы одна закрашенная клетка?

5. Найдите все натуральные числа $N < 10000$ такие, что $N = 26 \cdot S(N)$, через $S(N)$ обозначается сумма цифр числа N .