МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2019/2020 УЧЕБНЫЙ ГОД
7 КЛАСС (решения)

1. (*7 баллов*) Повар-стажёр взял два ведра нечищенной картошки и почистил всё за час. При этом 25% картошки ушло в очистки. За какое время у него набралось ровно ведро почищенной картошки?

Решение. Так как четверть картошки ушло в очистки, то за час три четверти двух ведер получилось почищенной картошки. Значит, за час повар-стажёр получил $\frac{3}{2}$ ведра, а ровно ведро – за 40 минут.

Ответ. 40 минут.

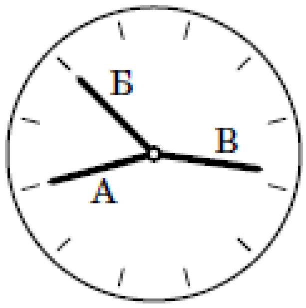
Комментарии к оцениванию.

Только верный ответ – 1 балл.

Верные соображения – 2 балла.

Верный ход решения, но допущена арифметическая ошибка (при этом ответ разумный) – 5 баллов.

2. (*7 баллов*) Иван увидел в музее странные часы (см. рисунок). Они отличаются от обычных часов тем, что на их циферблате нет цифр и вообще непонятно, где у часов верх; да ещё секундная, минутная и часовая стрелки имеют одинаковую длину. Какое время показывали часы?
(Стрелки А и Б на рисунке смотрят ровно на часовые отметки, а стрелка В – чуть-чуть не дошла до часовой отметки.)

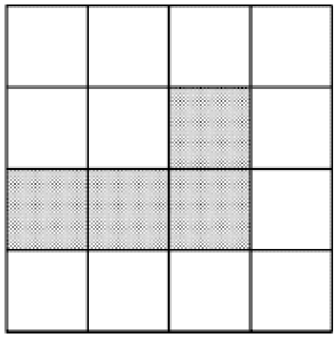


Решение. Определим, какая из стрелок часовая. Если бы часовая стрелка смотрела ровно на часовую отметку, минутная и секундная стрелка смотрели бы ровно на отметку «12» - но на рисунке нет совпадающих стрелок. Значит, часовая стрелка – стрелка В.

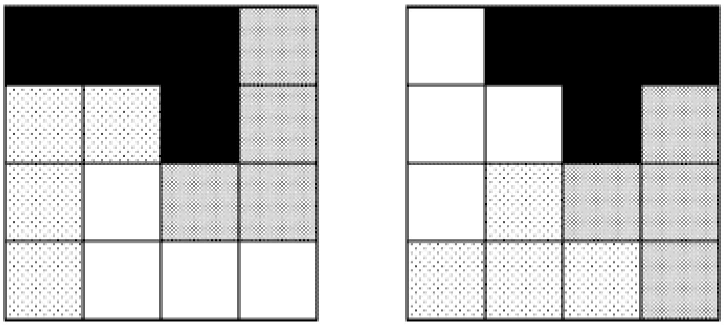
Оставшиеся 2 стрелки указывают ровно на часовые отметки, поэтому сейчас сколько-то часов и целое число минут – в частности, секундная стрелка указывает на 12.

Если секундная стрелка – стрелка А, то на часах немного меньше семи часов (судя по часовой стрелке), а с другой стороны – на 10 минут больше, чем сколько-то часов (судя по минутной). Так быть не может.
Если же секундная стрелка – стрелка Б, то на часах около пяти часов (судя по часовой стрелке), а судя по минутной стрелке – на 10 минут меньше, чем сколько-то часов. Значит, на часах без десяти минут пять.
Ответ. 16.50.
Комментарии к оцениванию.
Только верный ответ – 1 балл.

3. (*7 баллов*) Разрежьте квадрат на 4 части одинаковой формы и размера так, чтобы в каждую часть попало ровно по одному заштрихованному квадрату (см. рисунок).



Решение. На рисунке показаны способы разрезания.



4. (*7 баллов*) Шесть математиков пошли на рыбалку. Вместе они наловили 100 рыб, причём все поймали разное количество. После рыбалки они заметили, что любой из них мог бы раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у остальных пятерых стало поровну рыб. Докажите, что один рыбак может уйти домой со своим уловом и при этом снова каждый оставшийся сможет раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у них получилось поровну.
Решение. После того как один рыбак раздаст своих рыб, у остальных должно стать по 100:5 = 20 рыб. Значит, каждый поймал не более 20 рыб.
Пусть, например, у рыбака Петра Петровича ровно 20 рыб. Когда другой математик раздаёт своих рыб, Петр Петрович не получает ничего, но у всех

становится поровну. Поэтому если Петр Петрович уйдёт, остальные могут раздавать по-прежнему, и у всех снова будет по 20 рыб.

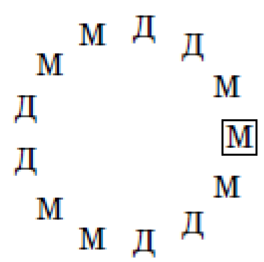
Осталось показать, что среди рыбаков действительно найдётся такой, который поймал ровно 20 рыб. В самом деле, если такого нет, то у рыбаков в сумме не более чем 19+18+17+16+15+14=99 < 100 рыб – противоречие.

5. (*7 баллов*) 13 детей сели за круглый стол и договорились, что мальчики будут врать девочкам, а друг другу говорить правду, а девочки, наоборот, будут врать мальчикам, а друг другу говорить правду. Один из детей сказал своему правому соседу: «Большинство из нас мальчики». Тот сказал своему правому соседу: «Большинство из нас девочки», а он своему соседу справа: «Большинство из нас мальчики», а тот своему: «Большинство из нас девочки» и так далее, пока последний ребёнок не сказал первому: «Большинство из нас мальчики». Сколько мальчиков за столом?

Решение. Понятно, что за столом были и мальчики, и девочки. Посмотрим, как сидели дети. За группой сидящих рядом мальчиков следует группа девочек, затем снова мальчики, снова девочки и так далее (группа может состоять и их одного человека). Группы мальчиков и девочек чередуются, поэтому их чётное число. Так как утверждений «большинство из нас мальчики» прозвучало семь, то неверны шесть утверждений «большинство из нас девочки», и групп тоже было шесть.

Чередование верных и неверных утверждений означает, что в группах было по двое детей. Лишь сидящие рядом первый и последний ребёнок сказали одно и то же, поэтому в их группе три человека. Это мальчики, так как их большинство. Всего за столом сидели 2+2+2=6 девочек и 2+2+3=7 мальчиков.

На рисунке показано, как именно ребята сидели за столом. Первый говорящий обведён в рамочку.



Ответ. 7.

Максимальное количество баллов – 35.