

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

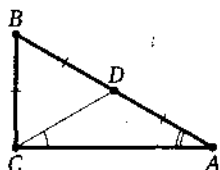
8 класс

Решения

1. Пусть x – число верных ответов, $30-x$ – число неверных, тогда можно записать уравнение $7x-12(30-x) = 77$.

Ответ: 23.

2. Пусть D – середина AB . Так как $BD = BC$, треугольник BDC равнобедренный. Пусть $\angle CAD = \alpha$, $\angle ACD = \beta$. Тогда $\angle DCB = 3\alpha - \beta$, а $\angle CDB = \alpha + \beta$. Поскольку $\angle DCB = \angle CDB$, получаем, что $3\alpha - \beta = \alpha + \beta$, откуда $\alpha = \beta$. Но тогда $DC = DA = DB = BC$, а значит, $\triangle BCD$ равносторонний, $\angle B = 60^\circ$.



3. Да, могут. Для этого они должны действовать по следующей схеме. Каждый начинает есть то, что он умеет съесть быстрее. Карлсон начинает есть плюшку, а Фрекен Бок торт. Через две минуты Карлсон съедает плюшку, а Фрекен Бок половину торта, после чего им остается съесть вторую половину торта. Но Карлсон съедает за минуту третью часть торта, а Фрекен Бок – четвертую. Значит, вдвоем они могут съесть за минуту $7/12$ всего торта, что больше половины. Поэтому с оставшейся половиной торта они справятся меньше, чем за минуту.

Ответ: да.

4. Пусть x и y – стоимость (в млн рублей) первого и второго пакетов акций соответственно. Согласно условиям задачи имеем следующую систему:

$$\begin{cases} 1,28(x + y) = 7,68; \\ 1,28(x + y) = 1,4x + 1,2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2,4 \\ y = 3,6 \end{cases}$$

Таким образом, первый пакет акций стоил 2 млн 400 тыс. рублей, второй – 3 млн 600 тыс. рублей.

Ответ: 2 млн 400 тыс. рублей и 3 млн 600 тыс. рублей.

5. Имеем $a^5 - 5a^3 + 4a = a^5 - a^3 + 4a - 4a^3 = (a - 2)(a - 1)a(a + 1)(a + 2)$.

Заметим, что $120 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3$. Из пяти последовательных натуральных чисел хотя бы одно делится на 5, хотя бы одно – на 4 и хотя бы одно – на 3. Но если какое-то из этих чисел делится на 4, то последующее или предшествующее четное число делится на 2, т.е. все число на $120 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$.