

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

9 класс

Решения

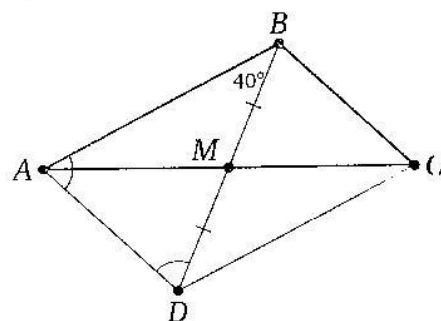
1. Вначале исходное уравнение запишем так:

$$((x - 1)^2 - 2)^2 + 3(x - 1)^2 - 16 = 0.$$

Полагая $y = (x - 1)^2$, для y получаем уравнение $y^2 - y - 12 = 0$, корнями которого являются 4 и -3. Действительные решения выделяются так: $(x - 1)^2 = 4$.

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = -1$.

2. Продлим медиану BM за точку M на ее длину и получим точку D . Так как $AB = 2BM$, получаем, что $AB=BD$, т.е. треугольник ABD равнобедренный. Следовательно, $\angle BAD = \angle BDA = (180^\circ - 40^\circ):2=70^\circ$.



Четырехугольник $ABCD$ является параллелограммом, так как его диагонали точкой пересечения делятся пополам. Значит, $\angle CBD = \angle ADB = 70^\circ$. Тогда $\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 110^\circ$.

Ответ: 110°

3. Обозначим через x км/мин скорость пловца, через y км/мин – скорость реки. За 10 минут против течения пловец проплывает $10(x - y)$ км. Следовательно, расстояние от точки поворота до точки, в которой пловец догонит плот, равно $10(x - y) + 1$ км. Это расстояние пловец должен преодолеть за $\frac{1-10y}{y}$ мин. Решая уравнение

$$\frac{10(x - y) + 1}{x + y} = \frac{1 - 10y}{y},$$

получим $y = 0,05$ км/мин.

4. Изучая последние цифры и остатки при делении на 4, видим, что две последние цифры – либо 00, либо 44. В первом случае подходят все кратные 10 числа (их 99), во втором – все четные, сравнимые с ± 12 по модулю 25. Подходящих чисел вида $50k+12$ и $50k+38$ - по 20.

Ответ: 139.

5. Пусть на острове x жителей, каждый из них дал $x - 1$ ответ, поэтому $x(x - 1) = 26+30$, т.е. $x = 8$. Пусть на острове y рыцарей, тогда лжецов - $(8 - y)$. Ответ «рыцарь» каждый из рыцарей дал $y - 1$ раз, а каждый из лжецов - $(7 - y)$ раз. Тогда $y(y - 1) + (8 - y)(7 - y) = 26$; $y^2 - 8y + 15 = 0$; $y = 3$, или $y = 5$. Оба полученных ответа удовлетворяют условию.

Ответ: 3 или 5.