

Ответы, решения и критерии оценивания задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ (2018-2019 уч. год)
7 класс

1. Решение

$\frac{3a+5b}{a+b} = \frac{3a+5(2-a)}{2} = 5 - a$ – при любом целом значении a данное выражение дает целое значение.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Приведение отдельных примеров – 0 баллов.

В преобразованиях допущена ошибка – 0 баллов.

2. Ответ: в $\frac{15}{4}$ раз

Решение

Пусть a - расстояние от дома Пятачка до высокой сосны. За одно и то же время Пятачок со своей обычной скоростью прошел $a + \frac{a}{2} + a = \frac{5a}{2}$, а Винни-Пух прошел в 1,5 раза большее расстояние, то есть $\frac{3}{2} \times \frac{5a}{2} = \frac{15}{4}a$, что есть расстояние от домика Винни-Пуха до домика Пятачка. Значит, высокая сосна растет дальше от домика Винни-Пуха, чем от домика Пятачка в $\frac{15}{4}$ раз.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

В преобразованиях допущена ошибка – 0 баллов.

За ошибку содержательного характера баллы снимаются в зависимости от тяжести ошибки.

Замечание: расстояние от домика Пятачка до высокой сосны может быть принято за 1.

3. Ответ: 6

Решение. Сумма делителей включает само число и единицу, поэтому сумма оставшихся делителей равна 5, $5=2+3$, значит это число 6.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Правильно составлено уравнение, позволяющее определить сумму делителей кроме 1 и самого числа – 2 балла.

4. Ответ: 1350

Решение.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение с описанием принципа расстановки цифр - 7 баллов. Верный ответ без описания - 4 балла. В противном случае 0 баллов.

5. Решение

Анализируем игру с конца. Если игроку оставили 0 или 1 камень, то он проиграл. 0 или 1 камень можно оставить, если ходишь с 2, 3, 4, 5 или 6 камней. Если перед ходом игрока 7 или 8 камней, то он своим ходом может оставить только 2, 3, 4, 5 или 6 камней, то есть он проиграет. 7 или 8 камней можно оставить, если ходишь с 9, 10, 11, 12 или 13 камней. Если перед ходом игрока 14 или 15 камней, то он своим ходом может оставить только 16, 17, 18, 19 или 20 камней, то есть он проиграет. Рассуждая, таким образом, получаем, что игрок проигрывает, если ходит с 21 или с 22 камней, с 28 или с 29 камней.

Игрок, начинающий игру с 30 камней, выигрывает, то есть в этой игре выигрывает первый игрок, и стратегия у него состоит в том, чтобы каждым своим ходом оставлять одно из следующих количеств камней: 29, 28, 22, 21, 15, 14, 8, 7, 1, 0 (проигрышные позиции). То, что он всегда сможет это сделать, доказано выше.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Указано, что выигрывает второй – 0 баллов.

Описана парная стратегия: на ход в 2 камушка – ответ в 3 камушка, на ход в 3 камушка – ответ в 2 камушка, на ход в 5 камушков – ответ в 5 камушков – 0 баллов.

Только ответ, что выигрывает первый – 0 баллов.

Верный ответ с описанием верной выигрышной стратегии, но без ее доказательства – 3 балла.

Ошибка в определении проигрышных/выигрышных позиций при верном ходе рассуждений – 4 балла.