РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

7 класс

1. Ответ: 2.

Двузначные числа, кратные 13: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91. Если первая цифра числа равна 6, значит вторая должна быть равна 5 (получается число 65, кратное 13), третья 2 (образуется 52), а четвертая снова 6 (двузначное 26). Таким образом цифры будут располагаться тройками: 652 652 … Так как 2019 кратно 3, последняя цифра равна 2.

2. Ответ: любое целое число от 7 до 14 включительно.

Стоящий непосредственно возле короля – лжец, так как между ним и королем вообще никого нет. Точно также стоящий через одного от короля лжец, ведь между ним и королем всего один человек. Таким образом первые 7 человек возле короля – лжецы. Восьмой по счету человек от короля – рыцарь. Следующий за ним – так же рыцарь. И далее все остальные присутствующие также рыцари.

Если король стоит на краю шеренги, то количество лжецов равно 7. Если король стоит вторым с краю, то добавляется еще один лжец со второй стороны от короля. И так далее. Наибольшее количество лжецов равно 14.

Комментарий по проверке.

Показано, что первые семеро – лжецы: 2 балла. В качестве ответа обоснованно дано конкретное число из диапазона [7, 14]: 4 балла.

3. Ответ: 317

Обозначим цифры искомого числа a, b, c, а их сумму s. Тогда $abc + s = 328$. Так как s – сумма трех однозначных чисел, s не превосходит 27, значит $a=3$. При этом b не может быть нулем, так как иначе наибольшее значение s будет составлять $3+0+9=12$. Если $b=1$, то $31c+(4+c) = 328$, $c=7$. Если $b=2$, то $32c+(5+c) = 328$, решений в целых числах здесь нет.

Комментарий по проверке.

Верно и обоснованно найдены какие-то из цифр числа: 3 балла.

4. Разделим 36 гирек на 6 групп по 6 гирек. С помощью первых 6 взвешиваний мы упорядочим по возрастанию гирьки в каждой из групп. Затем выберем из каждой группы самую тяжелую гирьку и упорядочим эти гирьки седьмым взвешиванием. Пусть самая тяжелая из последних шести гирька находится в первой из шести исходных групп, вторая по массе во второй, третья – в третьей.

Кандидатами в тройку самых тяжелых являются три гирьки из первой группы, две гирьки из второй (так как самая тяжелая гирька из первой группы тяжелее любых гирек из второй), одна из третьей (аналогично, самые тяжелые гирьки из первой и второй групп тяжелее любых гирек из третьей группы). Указанные 6 гирек надо упорядочить восьмым взвешиванием и определить тройку самых тяжелых.

5. Ответ: нет, не может.

Пронумеруем шарики слева направо. Пусть под номером 1 — зеленый. Тогда на всех местах с чётными номерами висят синие (ведь между первым зеленым шариком и любым шариком под чётным номером — чётное число шариков). Но между любыми двумя такими синими шариками — нечётное число шариков, что противоречит условию. Значит, под номером 1 — синий. Тогда на местах 3, 5, 7, 9 — зеленые. Два зеленых шарика не могут висеть рядом (иначе между ними 0 шариков — чётное число), поэтому на местах 2, 4, 6, 8 — синие. Но между любыми двумя из этих четырёх синих шариков — нечётное число шариков. Противоречие.

Комментарий по проверке.

Не рассмотрен случай, когда зеленый шарик находится с краю: 3 балла.