

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике

в 2019 – 2020 учебном году

Критерии оценивания

7 класс

Максимальное количество баллов: 35

Каждая задача оценивается в целое число баллов от 0 до 7.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрено отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

1. В папирусе Ринда (Древний Египет) среди прочих сведений содержатся разложения дробей в сумму дробей с числителем 1, например,

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}$$

Один из знаменателей здесь заменен буквой x . Найдите этот знаменатель.

Решение:

Сначала найдем $\frac{1}{x}$ из уравнения:

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{73} - \frac{1}{219} - \frac{1}{292} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{73} - \frac{1}{73 \cdot 3} - \frac{1}{73 \cdot 4} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 - 4 - 3}{73 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{17}{73 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{1}{5 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{17 \cdot 5 - 73}{73 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{12}{73 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{73 \cdot 5} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{365} = \frac{1}{x}$$

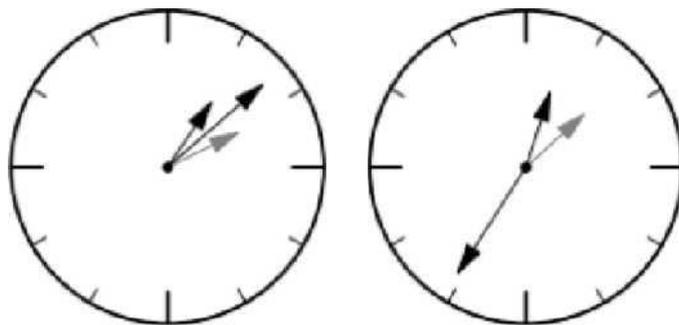
Значит, $x=365$.

Ответ: $x=365$.

2. В некоторый момент времени Анна измерила угол между часовой и минутной стрелками своих часов. Ровно через один час она снова измерила угол между стрелками. Угол оказался таким же. Каким мог быть этот угол? (Разберите все случаи).

Решение:

Через 1 час минутная стрелка останется на своем месте. При этом часовая стрелка повернулась на 30° . Раз угол не изменился, то минутная стрелка делит один из



углов между положениями часовой стрелки (либо тот, который 30° , либо дополнительный угол в 330°).

Значит, либо часовая стрелка была на 15° раньше, либо на 165° позже.

Ответ: 15° или 165° .

3. Отличник Вася придумал новую шахматную фигуру «кузнечик», которая ходит на любое количество клеток по диагонали, либо перепрыгивает через одну клетку по горизонтали или вертикали. Вася утверждает, что эта фигура может обойти все клетки

доски 8×8 , побывав в каждой клетке ровно один раз. Прав ли Вася, если начинать «кузнечик» может с любой клетки (считается, что в начальной клетке он уже побывал)?

Решение:

Если «кузнечик» начинает движение с белой клетки, то по правилам он переместится на белую клетку (перескочив черную по горизонтали или вертикали). Все клетки на его диагонали тоже белые. Таким образом, «кузнечик» может обойти только белые клетки, не побывав ни на одной черной.

Ответ: Вася не прав.

4. Приходя в тир, игрок вносит в кассу 100 рублей. После каждого удачного выстрела количество денег увеличивается на 10%, а после каждого промаха – уменьшается на 10%. Могло ли после нескольких выстрелов у него оказаться 80 рублей 19 копеек?

Решение:

Увеличение на 10 % означает умножение на 1,1. Уменьшение на 10 % означает умножение на 0,9.

80 руб. 19 коп. = 8019 коп.

Разложим 8019 на множители: $8019 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 11$.

Поэтому после трёх промахов и одного попадания у игрока будет:

$100 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 1,1 = 80,19$, т.е. 80 руб. 19 коп.

Ответ: да, могло.

5. На двух карточках записаны четыре различные цифры — по одной с каждой стороны карточки. Может ли оказаться так, что всякое двузначное число, которое можно сложить из этих карточек, будет простым? (Нельзя переворачивать цифры вверх ногами, т. е. делать из цифры 6 цифру 9 и наоборот.)

Решение:

Все двузначные числа, оканчивающиеся на 0, 2, 4, 6 или 8, чётны, а оканчивающиеся на 5 кратны пяти. Поэтому такие числа не будут простыми, и писать эти цифры на

карточках не имеет смысла. Остаются цифры 1, 3, 7 и 9. Если цифры 3 и 9 записаны на разных карточках, то из них можно сложить составное число 39. Если же они записаны на одной карточке, то на второй записаны 1 и 7, и тогда можно сложить составное число $91 = 7 \cdot 13$.

Ответ: Нельзя.

Комментарий. Доказано, что цифры 0, 2, 4, 6, 8, 5 не записаны на карточках — 2 балла.