ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019-2020 ГГ. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 7-Й КЛАСС

№1. Решить уравнение $\left|\left|2x-8\right|+9\right|=12$

Ответ: 5,5 и 2,5

Критерии оценивания:

7	Обосновано получен верный ответ
3	Один из корней найден верно, при нахождении второго допущена вычислительная ошибка.
1	Оба корня найдены подбором.
0	Неверное решение или выписан только ответ.

№2. Крестьянка продала яйца двум покупателям: первому $\frac{1}{3}$ всех имевшихся у неё яиц и ещё 15 штук, а второму – $\frac{7}{9}$ остатка и последние 10 штук. Сколько яиц продала крестьянка?

Решение:

Пусть у неё было x яиц. Тогда имеет место уравнение $x-\frac{1}{3}x-15-\frac{7}{9}\left(\frac{2}{3}x-15\right)-10=0$. Следовательно, x=90.

Ответ: 90

Критерии оценивания:

7	Получен верный ответ в ходе логических рассуждений или в результате решения уравнения. При этом рассуждения должны быть полными, а составление уравнения – обоснованным.
5-6	Верный ответ, есть недочёты в обосновании.
4-3	Верный ход логических рассуждений, но допущена вычислительная ошибка и получен другой ответ.
0	Решение отсутствует, неверное или дан только ответ.

№3. Доказать, что число $333^{555}+555^{333}$ делится на 37.

Решение:

$$333^{555}+555^{333}=(37\cdot 9)^{555}+(37\cdot 15)^{333}=37\cdot(37^{554}\cdot 9^{555}+37^{332}\cdot 15^{333})$$

Очевидно, что $37\cdot(37^{554}\cdot 9^{555}+37^{332}\cdot 15^{333})$ делится на 37.

Критерии оценивания:

7	Доказательство полное и все логические шаги присутствуют.
5-6	Доказательство верное, но есть некоторые недочёты.
1	Получено лишь равенство $333^{555}+555^{333}=(37\cdot 9)^{555}+(37\cdot 15)^{333}$
0	Доказательство отсутствует.

№4. Доказать, что если из трёхзначного числа вычесть трёхзначное число, записанное теми же цифрами, что и первое, но в обратном порядке, то модуль полученной разности никогда не будет квадратом натурального числа.

Решение:

Пусть $100a+10b+c$ - трёхзначное число, тогда $100c+10b+a$ - трёхзначное число, записанное теми же цифрами, что и первое, но в обратном порядке.

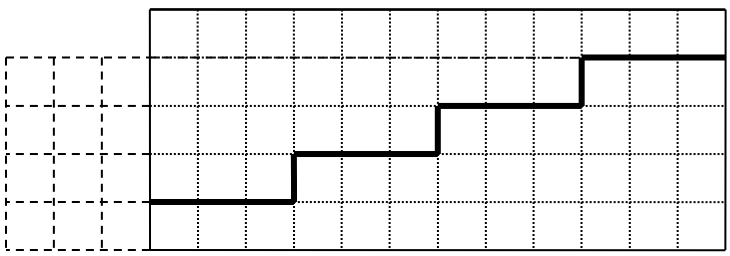
$100a+10b+c-100c-10b-a=99a-99c=99(a-c)$. Тогда $|99(a-c)|$ делится на 11и 9 . Но $|a-c|\neq 11$, из чего и следует утверждение задачи.

Критерии оценивания:

7	Доказательство полное и все логические шаги присутствуют.
6-5	Доказательство верное, но есть некоторые недочёты.
3-2	Доказана делимость на 11 и на 9, но дальнейший анализ отсутствует.
1	Доказана делимость на 9.
0	Доказательство отсутствует.

№5. Прямоугольник размером 5×12 клеточек разрезать на две части по линиям сетки так, чтобы из них можно было сложить прямоугольник размером 4×15клеточек.

Решение:



Критерии оценивания:

7	Приведён пример разрезания и показано как получить искомый прямоугольник.
6	Приведён пример разрезания , но при этом не показано, как получить искомый прямоугольник.
0	Решение отсутствует.