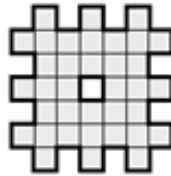


7 класс

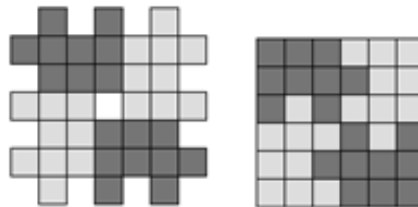
1. Сумма 2020 натуральных чисел является нечётным числом. Каким числом (чётным или нечётным) является произведение этих чисел? Ответ подробно обоснуйте.

Решение. Так как сумма четного числа слагаемых нечетна, то среди них есть хотя бы одно четное число. Произведение любого количества чисел четно, если среди сомножителей есть хотя бы один четный. **Ответ: четным числом.**

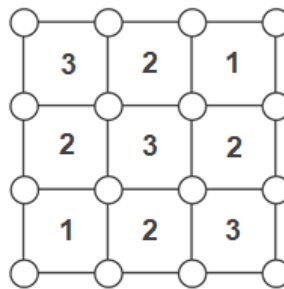
2. Разрежьте фигуру на четыре части, из которых можно сложить квадрат.



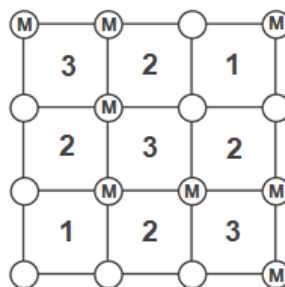
Решение. Площадь данной фигуры равна 36, поэтому сложить нужно квадрат со стороной 6, а разрезать данную фигуру можно, например, так:



3. Квадратное поле размером 3×3 разбито на 9 квадратных ячеек. В центре каждой из них записано число, указывающее на количество монет, спрятанных в углах этой ячейки (в каждом углу спрятано не более одной монеты). Сколько всего монет расположено на этом квадратном поле размером 3×3 ?



Решение. Рассмотрим 4 угловые ячейки. В них спрятано $3 + 3 + 1 + 1 = 8$ монет. Заметим, что эти 4 ячейки содержат все 16 кружков. Но 4 кружка центральной ячейки содержат 3 монеты, значит, во всех кружках на периметре квадрата 3×3 находится $8 - 3 = 5$ монет. Прибавим к этим 5 монетам ещё 3 монеты во внутреннем квадрате 1×1 , получим, что всего 8 монет. Пример:



Ответ: 8.

Комментарий. Если решение основано на построении **верного** примера – полный балл.

4. Буратино закопал на Поле Чудес два слитка: золотой и серебряный. В те дни, когда погода хорошая, золотой слиток увеличивается на 30%, а серебряный – на 20%. А в те дни, когда погода плохая, золотой слиток уменьшается на 30%, а серебряный – на 20%. Через неделю оказалось, что один из слитков увеличился, а другой уменьшился. Сколько дней была хорошая погода?

Решение. Увеличение числа на 20% равносильно его умножению на 1,2, а уменьшение числа на 20% – его умножению на 0,8 (для 30% – соответственно на 1,3 и 0,7). Поэтому результат не зависит от чередования хорошей и плохой погоды, а только от количества хороших и плохих дней.

После одного хорошего и одного плохого дня оба слитка уменьшаются: $1,2 \cdot 0,8 < 1$ и $1,3 \cdot 0,7 < 1$ (это утверждение верно для любого количества процентов). Это значит, что после трёх хороших и трёх плохих дней оба слитка уменьшились. Следовательно, хороших дней – не меньше четырёх. Вариант с четырьмя хорошими днями подходит – золотой слиток уменьшается, а серебряный увеличивается. Действительно, $1,2^4 \cdot 0,8^3 > 1$, а $1,3^4 \cdot 0,7^3 < 1$. С другой стороны, после двух хороших и одного плохого дня золотой слиток увеличивается. Значит, он увеличивается также после четырёх хороших и двух плохих дней, и тем более после пяти хороших и двух плохих. Таким образом, если хороших дней пять и более, то золотой слиток растёт. Поэтому только при четырёх хороших днях один слиток растёт, а другой уменьшается. **Ответ: четыре.**

Комментарий. Если без обоснования используется факт, что ответ не зависит от чередования хороших и плохих дней, то ставится не более 4 баллов.

5. Пять подружек Соня, Таня, Лена, Галя и Вика родились в пяти городах: Риге, Пензе, Казани, Белгороде и Москве. Каждая из них любит конфеты, производимые в одном из этих городов. Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Соня любит конфеты из Риги. Таня родом из Риги, у нее любимые конфеты из Пензы. Вика любит конфеты из Москвы. Галины любимые конфеты производят в Белгороде. Вика родом из Казани. Уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены. Кто из подруг родился в Москве?

Решение. Из условия можно определить, кто какие **конфеты** любит:

Соня – из Риги;

Таня – из Пензы;

Вика – из Москвы;

Галя – из Белгорода; значит, Лена – из Казани.

Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Отметим в таблице это условие, а также условия, что Таня родом из Риги, а Вика родом из Казани.

	Соня	Таня	Лена	Галя	Вика
Рига	–	+	–	–	–
Пенза		–			–
Казань	–	–	–	–	+
Белгород		–		–	–
Москва		–			–

Так как уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены, то Лена не из Пензы. Если Лена из Москвы, то уроженка Пензы любит конфеты, сделанные в Москве, то есть из Пензы должна быть Вика. Но Вика из Казани. Значит, Лена из Белгорода. Конфеты из Белгорода любит Галя, значит, Галя из Пензы. Тогда остается, что родом из Москвы – Соня. **Ответ: Соня.**