

**Муниципальный этап  
всероссийской олимпиады школьников  
по математике  
2019/20 учебный год  
7 класс**

**Ответы и решения задач**

**УСЛОВИЕ**

1. Запишите число 1997 с помощью 10 троек и арифметических операций.

**Решение.**  $1997 = 3 \cdot 333 + 3 \cdot 333 - 3 : 3$ .

**УСЛОВИЕ**

2. Собака из пункта  $A$  погналась за лисицей, которая находилась на расстоянии 30 м от собаки в пункте  $B$ . Скачок собаки равен 2 м, скачок лисицы 1 м. Собака делает 2 скачка, в то время как лисица делает 3 скачка. На каком расстоянии от пункта  $A$  собака догонит лисицу?

**Решение.** За единицу времени собака пробегает  $2 \cdot 2 = 4$  (м), а лисица  $3 \cdot 1 = 3$  (м), значит, за единицу времени собака догоняет лисицу на 1 м. Расстояние в 30 м будет покрыто за 30 единиц времени.

**Ответ.** 120 м.


**УСЛОВИЕ**

3. Найдите все трёхзначные числа, после вычёркивания первой цифры которые уменьшаются в 5 раз.

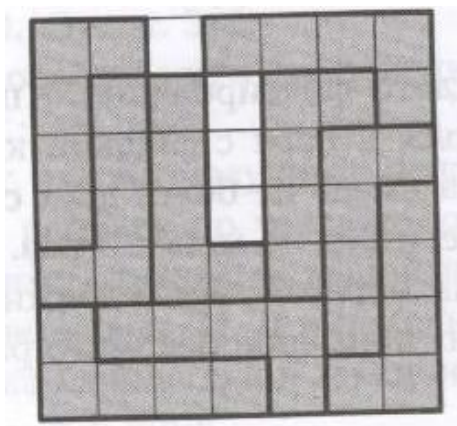
**Решение.** Пусть  $n = abc$  – искомое число. По условию  $100a + 10b + c = 5(10b + c)$ , а значит,  $25a = 10b + c$ , т.е.  $c$  делится на 5. Если  $c = 0$ , то  $5a = 2b$ , а значит,  $b = 5$ ,  $a = 2$  ( $b = 0 \Rightarrow a = 0$ ). Если же  $c = 5$ , то  $5a = 2b + 1$ , а значит,  $b = 2$  или  $b = 7$ .

**Ответ.** 125, 250, 375.

**УСЛОВИЕ**

4. Какое наибольшее количество уголков вида  состоящих из 5 квадратов  $1 \times 1$ , можно поместить в квадрате  $7 \times 7$ ? (Уголки можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга)

**Решение.** Площадь каждого уголка равна 5, а площадь квадрата – 49, поэтому в квадрат нельзя поместить более 9 уголков. На рисунке приведён один из способов размещения в квадрате 9 уголков.

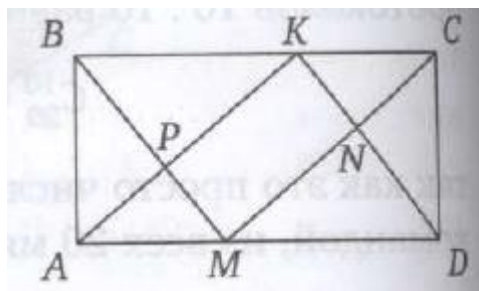


**Ответ. 9.**

### УСЛОВИЕ

5. Дан прямоугольник  $ABCD$ . На стороне  $BC$  взята точка  $K$ , а на стороне  $AD$  взята точка  $M$  так, что  $BK = DM$ . Отрезки  $AK$  и  $BM$  пересекаются в точке  $P$ , а отрезки  $DK$  и  $CM$  – в точке  $N$ . Докажите, что треугольники  $PAB$  и  $NCD$  равны.

**Доказательство.** Из равенства треугольников  $ABK$  и  $CDM$  следует, что  $\angle BAK = \angle DCM$ , а из равенства треугольников  $BAM$  и  $DCK$  – что  $\angle MBA = \angle KDC$ . Значит,  $\angle BAP = \angle DCN$  и  $\angle PBA = \angle NDC$ .



### УСЛОВИЕ

6. На скамейке сидят 10 школьников, мальчики и девочки. Может ли быть так, что между каждыми двумя мальчиками сидит чётное число школьников, а между каждыми двумя девочками – нечётное?

**Решение.** Посмотрим на места с чётными номерами и на места с нечётными номерами. Если какая-то девочка сидит на месте с нечётным номером и другая – на чётном, то между ними чётное число школьников, значит, либо чётные, либо нечётные места свободны от девочек. Рассмотрим первый случай: тогда на чётных местах сидят только мальчики и между любой их парой – нечётное число школьников. Противоречие. Второй случай точно так же приводит к противоречию.

**Ответ.** Не может.