

## 8 класс

**8.1.** Младший брат доходит до школы за 25 минут, а старший брат по той же дороге – за 15 минут. Через сколько минут после выхода из дома младшего брата его догонит старший брат, если он вышел на 8 минут позже младшего?

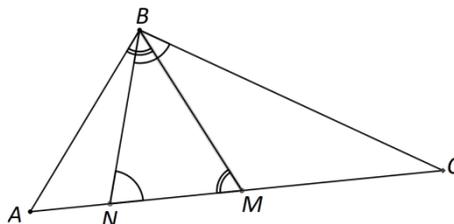
**Ответ.** через 17 минут. **Решение.** См. задачу 7.1

**8.2.** Одну сторону прямоугольника (ширину) увеличили на 10%, а другую (длину) – на 20%. а) Мог ли при этом периметр увеличиться больше, чем на 20%? б) Найдите отношение сторон исходного прямоугольника, если известно, что периметр нового прямоугольника на 18% больше периметра исходного?

**Ответ.** а) не мог; б) 1:4. **Решение.** а) Пусть  $a$  и  $b$  – стороны исходного прямоугольника. Тогда стороны нового прямоугольника равны  $1,1a$  и  $1,2b$ , а его периметр  $2(1,1a + 1,2b) < 2(1,12(a + b))$ . Следовательно, периметр увеличился менее, чем на 20%. б) См. задачу 7.2б).

**8.3.** В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC$  – наибольшая. Точки  $M$  и  $N$  на стороне  $AC$  таковы, что  $AM=AB$  и  $CN=CB$ . Известно, что угол  $NBM$  в три раза меньше угла  $ABC$ . Найдите  $\angle ABC$ .

**Ответ.**  $108^\circ$ . **Решение.** Пусть  $\angle NBM = x$ . Тогда  $\angle ABM + \angle NBC = \angle ABC + \angle NBM = 4x$ . С другой стороны,  $\angle ABM + \angle NBC = \angle BMN + \angle BNM = 180^\circ - \angle NBM = 180^\circ - x$ . Следовательно, имеем уравнение  $4x = 180^\circ - x$ . Значит,  $5x = 180^\circ$ ,  $x = 36^\circ$  и  $\angle ABC = 3x = 108^\circ$ .



**8.4.** Петя говорит соседу Вове: «В нашем классе 30 человек и наблюдается интересная ситуация: у любых двух мальчиков разное число подруг в классе, и у любых двух девочек разное число друзей среди мальчиков класса. Сможешь ли ты определить, сколько у нас в классе мальчиков и сколько девочек?» Вова отвечает: «Ты, наверное, путаешь, не может быть такой ситуации!» а) Прав ли Вова? б) А как бы вы ответили на вопрос Пети?

**Ответ.** а) Вова неправ; б) 15 мальчиков и 15 девочек. **Решение.** См. задачу 7.5.

**8.5.** 20 чисел: 1, 2, ..., 20 разбили на две группы. Оказалось, что сумма чисел первой группы равна произведению чисел второй группы. а) Какое наименьшее и б) какое наибольшее количество чисел может быть во второй группе?

**Ответ.** а) 3; б) 5. **Решение.** а) Сумма всех чисел от 1 до 20 равна 210. Очевидно, что во второй группе больше одного числа, так как в противном случае оно было бы равно сумме оставшихся 19 чисел, т.е. не меньше, чем  $1+2+\dots+19=190$ . Покажем, что на самом деле во второй группе больше двух чисел. Действительно, в противном случае для чисел  $a$  и  $b$  из второй группы имели бы равенство  $210 - a - b = ab$ , которое приводится к виду  $211 = (a+1)(b+1)$ . Однако последнее уравнение не имеет решений в целых числах от 1 до 20, так как число 211 – простое. Приведем теперь пример второй группы из трёх чисел. Будем искать такой пример в наиболее простом виде, считая, что одно из искомым чисел равно 1. Тогда оставшиеся два числа найдём из равенства  $209 - a - b = ab$ , которое приведем к виду  $210 = (a+1)(b+1)$ . Последнее уравнение даёт два примера, подходящие под условие задачи: (1, 9, 20) и (1, 13, 14). б) Количество чисел во второй группе меньше шести: действительно, в противном случае их произведение было бы не меньше  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 > 210$ . Пример из пяти чисел попробуем найти в виде набора (1, 2, 3, 4,  $x$ ) с неизвестным  $x$  (от 5 до 20). Число  $x$  должно удовлетворять уравнению  $210 - 10 - x = 24x$ , т.е.  $25x = 200$ . Получаем решение  $x = 8$ , следовательно, набор (1, 2, 3, 4, 8) удовлетворяет условию задачи.