

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ, КРИТЕРИИ

8 класс

1. Ответ: нельзя.

Решение. Так как грузовиков 7, а камней 50, то на одном из грузовиков нужно будет увезти не менее 8 камней. Однако, сумма восьми самых легких камней равна $370+372+374+376+378+380+382+384 = (370+384) \cdot 4 = 3016 \text{ кг} > 3 \text{ т}$. Заметим, что необходимое условие для решения задачи выполняется, а именно, что общая грузоподъемность 7 грузовиков превышает общую массу всех камней, равную $\frac{370+468}{2} \cdot 50 = 20950 \text{ кг}$.

Критерии. Верный обоснованный ответ – 7 баллов; проверено необходимое условие и дан положительный ответ – 1 балл; любой ответ без пояснений – 0 баллов.

2. Ответ: 95 дубов.

Решение. Чтобы количество дубов было наибольшим необходимо, чтобы число ДУБ было наименьшим, при выполнении условия задачи; все цифры в числах ДУБ и РОЩА должны быть различными. Наименьшее трехзначное число, в записи которого все цифры различны, является число 102. При этом наибольшее четырехзначное число кратное 102 и в записи которого все цифры различны и отличны от цифр числа 102, будет 9486. В этом случае количество дубов равно $9486 : 102 = 93$. Для следующего трехзначного числа 103 наибольшее значение числа РОЩА равно 9785, а количество дубов 95. Для числа 104 наибольшие значения, которые может принимать РОЩА – это числа 9985 и 9880. Но они не удовлетворяют условию задачи, а для меньших значений число дубов будет меньше 95. Для чисел больших 104 наибольшее четырехзначное число, кратное этому числу, уже дает не больше 95 слагаемых.

Критерий. Верный обоснованный ответ – 7 баллов; не рассмотрен отдельно случай для числа 104 – минус 1 балл; верно рассмотрен только случай для числа 102 – 3 балл; получен неверный ответ для числа 102 – 1 балл.

3. Ответ: 90° ; 60° .

Решение. В прямоугольном треугольнике ACH угол A равен 30° , следовательно, противоположный катет CH равен половине гипотенузы AC . Так как CH равен BM и M – середина AC , то $BM = AM = MC$, то есть треугольники ABM и MBC – равнобедренные. Следовательно, угол ABM равен 30° , угол $BMC = 60^\circ$, как внешний к треугольнику ABM . Но равнобедренный треугольник с углом при вершине 60° является равносторонним.

Критерии. Верный обоснованный ответ – 7 баллов; замечено, что CH равен половине гипотенузы AC – 3 балла.

4. Ответ: 25 жителей.

Решение. Пусть на острове a рыцарей и b лжецов. Тогда из первого условия имеем $2ab = 272$ (каждый лжец солжет про каждого рыцаря и каждый рыцарь скажет правду про каждого лжеца). Аналогично, если на втором собрания отсутствовал лжец, то имеем равенство $2a(b-1) = 256$, а если рыцарь, то $2(a-1)b = 256$. В первом случае, подставляя значение $2ab$ из первого равенства во второе, получим $272 - 2a = 256$, откуда $a = 8, b = 17$. Аналогично, во втором случае получим $b = 8, a = 17$. В обоих случаях число жителей на острове равно $a + b = 25$.

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2019-2020 учебный год

Критерии. Верный ответ при рассмотрении всех случаев – 7 баллов; рассмотрен один из случаев – 4 балла; только ответ – 1 балл.

5. Ответ: тупым.

Решение. Обозначим середины сторон BC и CD через M и N соответственно, и пусть отрезок AM вдвое короче отрезка AN . Продолжим отрезок AM до пересечения с продолжением стороны CD в точке K . Из равенства треугольников ABM и MKC получаем, что $AM = MK$, следовательно, $AK = 2AM = AN$. Поскольку треугольник AKN равнобедренный, то углы при основании равнобедренного треугольника острые. Таким образом, угол ANK – острый, и является внешним к треугольнику AND , и значит угол ADN , не смежный с ним, тоже острый, а тогда угол BAD – тупой. Аналогично рассматривается случай, когда отрезок AN вдвое короче отрезка AM .

Ту же идею можно реализовать, если в начале не продолжать отрезок AM , а соединить точку M с серединой отрезка AN . Снова получим равнобедренный треугольник и далее как в приведенном выше решении.

Критерии. Верное доказательство – 7 баллов; построен равнобедренный треугольник – 3 балла; верный ответ без пояснений, или с неверным обоснованием – 0 баллов.