

**Всероссийская олимпиада школьников по математике**  
**Муниципальный этап 2019–2020 уч. г.**  
**10 класс**

- 10.1.** Числа  $a, b, c$  удовлетворяют неравенству  $c^2 + ab < ca + cb$ . Докажите, что  $c^2 < a^2 + b^2$ .
- 10.2.** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AC = a$  и  $CB = b$ . Найдите **а)** сторону квадрата с вершиной  $C$  наибольшей площади, целиком лежащего в треугольнике  $ABC$ ; **б)** размеры прямоугольника с вершиной  $C$  наибольшей площади, целиком лежащего в треугольнике  $ABC$ .
- 10.3.** График приведенного квадратного трехчлена (парабола) с целыми коэффициентами касается оси  $Ox$ . Докажите, что на этой параболе можно отметить такую точку с целыми координатами  $(a, b)$ , что график  $y = x^2 + ax + b$  тоже касается оси  $Ox$ .
- 10.4.** Дан треугольник со сторонами  $a, b, c$ . На его сторонах как на диаметрах построили полукруги во внешнюю сторону и получили фигуру  $\Phi$ , составленную из треугольника и трёх полукругов. Найдите диаметр  $\Phi$  (диаметр множества на плоскости – это наибольшее расстояние между его точками).
- 10.5.** Сколько решений в целых числах  $x, y$  имеет уравнение  $6x^2 + 2xy + y + x = 2019$ ?